

**Выездная физико-математическая олимпиада МФТИ  
2019-2020 уч. года  
Физика  
Задания, решения**

**Общие указания по проведению**

Время для решения заданий каждого класса — 2 часа.

Черновики не проверяются.

**Каждая задача по физике оценивается целым числом баллов от 0 до 10.**

**Максимальное число баллов за олимпиаду 40.**

**Общие принципы выставления оценки по физике:**

- правильное решение — 10 баллов;
- решение с недочетами — 7-9 баллов;
- решение с пропущенными важными частями — 3-5 баллов;

Во всех задачах, если это не оговорено специально, только верный ответ без обоснований стоит 0 баллов.

**Ф10.1** В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде находится идеальный газ массой  $m$  с молярной массой  $\mu$ . Газ отделен от атмосферы массивным поршнем, подвешенным на пружине жесткости  $k$ . При температуре  $T_1$  поршень расположен на расстоянии  $h$  от дна сосуда, пружина сжата. До какой температуры надо нагреть газ, чтобы поршень оказался на высоте  $H$  от дна сосуда?

*Решение.* Пусть атмосферное давление равно  $P_0$ , масса поршня  $M$ , его площадь  $S$ . Тогда для первого состояния

$$\left(P_0 + \frac{Mg}{S} + \frac{kx}{S}\right)hS = \frac{m}{\mu}RT_1,$$

а для второго состояния

$$\left(P_0 + \frac{Mg}{S} + \frac{k(x+H-h)}{S}\right)HS = \frac{m}{\mu}RT_2.$$

Здесь  $x$  — начальная деформация пружины. Отсюда  $T_2 = T_1 \frac{H}{h} + \frac{\mu k H (H - h)}{mR}$ .

**Ф10.2** На гладком горизонтальном столе лежит брусок массы  $M = 3$  кг, на котором находится другой брусок массы  $m = 1$  кг. Оба бруска соединены легкой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рис.). Какую силу нужно приложить к нижнему бруску, чтобы он начал двигаться с постоянным ускорением  $a = g/5$ ? Коэффициент трения между брусками  $\mu = 0,3$ .

*Решение.* Из второго закона Ньютона для нижнего груза в проекции на горизонтальное направление находим  $Ma = F - F_{\text{тр}} - T$ . А из второго закона Ньютона для верхнего груза в проекции на вертикаль и горизонталь можем записать  $N - mg = 0$  и  $ta = T - F_{\text{тр}}$ . Отсюда  $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$  и  $T = ta + \mu mg$ . Подставляя силу натяжения нити и силу трения в уравнения для нижнего груза, получаем  $Ma = F - \mu mg - ta - \mu mg$ . Выражая искомую силу, получаем  $F = (M + t)a + 2\mu mg = 14$  Н.

**Ф10.3** Объем оболочки воздушного шара равен  $V$ , масса оболочки  $m$ . Шар наполнен горячим воздухом при атмосферном давлении  $P$ . Какую температуру должен иметь воздух внутри оболочки, чтобы шар начал подниматься? Температура воздуха вне оболочки равна  $T_0$ . Молярная масса воздуха  $\mu$ .

*Решение.* Условие плавания тела:  $(M_{\text{газ}} + m)g = \rho_0 gV \Leftrightarrow \rho_0 V = (\rho V + m) \Leftrightarrow (\rho_0 - \rho)V = m$ , где  $\rho_0$  — плотность воздуха снаружи, а  $\rho$  — плотность газа внутри.

Из уравнения состояния идеального газа для воздуха снаружи и внутри можем записать  $P = \frac{\rho_0}{\mu}RT_0 = \frac{\rho}{\mu}RT$ . Выражая плотности газов и подставляя в условие плавания, получим  $m =$

$$\frac{\mu PV}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right). \text{ Выражая температуру, получим ответ } T = \left( \frac{1}{T_0} - \frac{mR}{\mu PV} \right)^{-1} = \frac{T_0}{1 - \frac{mRT_0}{PV\mu}}.$$

**Ф10.4** На неподвижной оси без трения может вращаться тяжелое колесо, вся масса которого сосредоточена в ободе. С колесом связан легкий шкив радиуса  $R$ , на который намотана нить (см. рис.). На конце нити висит груз массы  $m$ . Радиус колеса равен  $4R$ , его масса  $3m$ . Какую скорость будет иметь груз после того, как он из состояния покоя опустится на расстояние  $H$ ?

*Решение.* Угловая скорость вращения  $\omega = \frac{V}{R}$ . Из закона сохранения энергии можем записать  $mgH = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{3m(\omega \cdot 4R)^2}{2}$ . Отсюда  $V = \frac{\sqrt{2gH}}{7}$ .

**Ф10.5** Пуля массой  $m$  подлетает со скоростью  $V_0$  к покоящемуся на гладком столе бруску массой  $100m$  и, пробив его, вылетает со скоростью  $V_0/10$ . Определить, какая часть первоначальной кинетической энергии пули перешла во внутреннюю энергию пули и бруска. Брусок после вылета пули движется поступательно.

*Решение.* Пусть  $P$  — начальный импульс пули. Тогда импульс бруска  $\frac{9}{10}P$ . По ЗСЭ можем записать  $\frac{P^2}{2m} = Q + \frac{(P/10)^2}{2m} + \frac{(9P/10)^2}{2 \cdot 100m}$ . Нужно найти отношение  $\alpha = Q / \left(\frac{P^2}{2m}\right)$  из уравнения  $1 = \alpha + \frac{1}{100} + \frac{81}{10000}$ . Окончательно получим  $\alpha = \frac{9819}{10000} \approx 0,98$ .

**Ф10.6** В доме затопили печь, и температура воздуха поднялась с  $t_1 = 15^\circ C$  до  $t_2 = 24^\circ C$ . Какая часть массы воздуха ушла при этом из дома?

*Решение.* Давление осталось атмосферным. Из уравнения состояния идеального газа находим массы  $m_1 = \frac{PV\mu}{RT_1}$  и  $m_2 = \frac{PV\mu}{RT_2}$ . Находим тогда  $\alpha = \frac{m_1 - m_2}{m_1} = 1 - \frac{m_2}{m_1} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{33}$ .

**Ф10.7** На горизонтальной поверхности доски находится брусок массой  $m$ . Доска массой  $2m$  находится на горизонтальной поверхности стола. К бруску прикладывают горизонтальную силу. В результате доска движется по столу, а брусок по доске. Коэффициент трения между бруском и доской  $\mu_1 = 0,5$ , а между доской и столом  $\mu_2 = 0,1$ . С каким ускорением движется доска?

*Решение.* Запишем второй закон Ньютона для доски:  $2ma = F_{\text{тр}1} - F_{\text{тр}2} = \mu_1 mg - \mu_2(m + 2m)g$  (здесь учтено, что  $F_{\text{тр}} = \mu Mg$ ). Отсюда выражаем ускорение:  $a = g \frac{(\mu_1 - 3\mu_2)}{2} = 1 \text{ м/с}^2$ .