10-11 классы

Задача 1/1. Про положительные числа a и b известно, что $a > b$ и $a^2 - 8b^2 = 2ab$. Чему может равняться $\frac{5b+a}{5b-a}$?

Задача 1/2. Про положительные числа a и b известно, что $a > b$ и $a^2 - 12b^2 = -ab$. Чему может равняться $\frac{4b+a}{4b-a}$?

Задача 1/3. Про положительные числа a и b известно, что $a > b$ и $a^2 - 10b^2 = 3ab$. Чему может равняться $\frac{6b+a}{6b-a}$?

Задача 1/4. Про положительные числа a и b известно, что $a > b$ и $a^2 - 12b^2 = 4ab$. Чему может равняться $\frac{7b+a}{7b-a}$?

Задача 2/1. На острове Невезения живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды каждый житель острова отправил письмо каждому другому. Оказалось, что в 26 письмах написана фраза «Ты рыцарь!», а в 30 оставшихся — «Ты лжец!». Сколько рыцарей могло жить на острове Невезения? Дайте наибольший возможный ответ.

Задача 2/2. На острове Невезения живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды каждый житель острова отправил письмо каждому другому. Оказалось, что в 42 письмах написана фраза «Ты рыцарь!», а в 48 оставшихся — «Ты лжец!». Сколько рыцарей могло жить на острове Невезения? Дайте наибольший возможный ответ.

Задача 2/3. На острове Невезения живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды каждый житель острова отправил письмо каждому другому. Оказалось, что в 44 письмах написана фраза «Ты рыцарь!», а в 28 оставшихся — «Ты лжец!». Сколько рыцарей могло жить на острове Невезения? Дайте наибольший возможный ответ.

Задача 2/4. На острове Невезения живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды каждый житель острова отправил письмо каждому другому. Оказалось, что в 58 письмах написана фраза «Ты рыцарь!», а в 32 оставшихся — «Ты лжец!». Сколько рыцарей могло жить на острове Невезения? Дайте наибольший возможный ответ.

Задача 3/1. В ряд выписано 10 натуральных чисел. Известно, что любые два соседних числа отличаются ровно на один. Сколько различных значений может принимать сумма чисел, если известно, что среди них есть хотя бы одна единица?

Задача 3/2. В ряд выписано 12 натуральных чисел. Известно, что любые два соседних числа отличаются ровно на один. Сколько различных значений может принимать сумма чисел, если известно, что среди них есть хотя бы одна единица?

Задача 3/3. В ряд выписано 14 натуральных чисел. Известно, что любые два соседних числа отличаются ровно на один. Сколько различных значений может принимать сумма чисел, если известно, что среди них есть хотя бы одна единица?

Задача 4/1. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A проведена высота AH. На отрезке BH отмечена точка K, а на отрезке CH — точка M так, что $BK : KH = 1 : 2$ и $CM : MH = 1 : 5$. Точка O — точка пересечения высот треугольника AKM. Найдите $AO : OH$.

Задача 4/2. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A проведена высота AH. На отрезке BH отмечена точка K, а на отрезке CH — точка M так, что $BK : KH = 1 : 4$ и $CM : MH = 1 : 5$. Точка O — точка пересечения высот треугольника AKM. Найдите $AO : OH$.

Задача 4/3. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A проведена высота AH. На отрезке BH отмечена точка K, а на отрезке CH — точка M так, что $BK : KH = 1 : 2$ и $CM : MH = 1 : 10$. Точка O — точка пересечения высот треугольника AKM. Найдите $AO : OH$.

Задача 4/4. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A проведена высота AH. На отрезке BH отмечена точка K, а на отрезке CH — точка M так, что $BK : KH = 1 : 4$ и $CM : MH = 1 : 10$. Точка O — точка пересечения высот треугольника AKM. Найдите $AO : OH$.

Задача 5/1. Через точку $(3; 9)$ графика функции $y = x^2$ проходят две перпендикулярные прямые: ℓ_1 и ℓ_2. Прямая ℓ_1 пересекает ось Ox в точке $(a; 0)$ и вторично пересекает график функции в точке $(b; b^2)$. Прямая ℓ_2 пересекает ось Ox в точке $(c; 0)$ и вторично пересекает график функции в точке $(d; d^2)$. Чему равняется $\frac{ac}{bd}$

Задача 5/2. Через точку $(4; 16)$ графика функции $y = x^2$ проходят две перпендикулярные прямые: ℓ_1 и ℓ_2. Прямая ℓ_1 пересекает ось Ox в точке $(a; 0)$ и вторично пересекает график функции в точке $(b; b^2)$. Прямая ℓ_2 пересекает ось Ox в точке $(c; 0)$ и вторично пересекает график функции в точке $(d; d^2)$. Чему равняется $\frac{ac}{bd}$

Задача 5/3. Через точку $(5;25)$ графика функции $y = x^2$ проходят две перпендикулярные прямые: ℓ_1 и ℓ_2. Прямая ℓ_1 пересекает ось Ox в точке $(a;0)$ и вторично пересекает график функции в точке $(b;b^2)$. Прямая ℓ_2 пересекает ось Ox в точке $(c;0)$ и вторично пересекает график функции в точке $(d;d^2)$. Чему равняется $\frac{ac}{bd}$?

Задача 5/4. Через точку $(6;36)$ графика функции $y = x^2$ проходят две перпендикулярные прямые: ℓ_1 и ℓ_2. Прямая ℓ_1 пересекает ось Ox в точке $(a;0)$ и вторично пересекает график функции в точке $(b;b^2)$. Прямая ℓ_2 пересекает ось Ox в точке $(c;0)$ и вторично пересекает график функции в точке $(d;d^2)$. Чему равняется $\frac{ac}{bd}$

Задача 6/1. В треугольном доме в первом подъезде 1 этаж, во втором подъезде — 2 этажа, в третьем — 3, ..., в десятом — 10. Всего в доме 55 квартир — на каждом этаже в каждом подъезде находится ровно одна квартира. Известно, что если в квартире кто-нибудь живёт, то в квартире на этаж выше в том же подъезде тоже кто-нибудь живёт, и квартира на том же этаже, но в следующем по номеру подъезде тоже заселена. Сколько существует таких способов заселить квартиры?

Пример заселения изображен на рисунке, заселённые квартиры отмечены серым. При подсчёте способов заселения каждая квартира считается либо заселённой, либо нет; кто именно в ней живёт, неважно. Случай, когда все квартиры остались пустыми, включается в подсчёт.