

8 класс

Задача 8.1. Страна имеет форму квадрата и разделена на 25 одинаковых квадратных графств. В каждом графстве правит либо граф-рыцарь, который всегда говорит правду, либо граф-лжец, который всегда лжет. Однажды каждый граф сказал: «Среди моих соседей поровну рыцарей и лжецов.» Какое максимальное число рыцарей могло быть? (Графы являются соседями, если их графства имеют общую сторону.)

Задача 8.2. Определите все пары натуральных чисел n и m , для которых числа $n^2 + 4m$ и $m^2 + 5n$ являются квадратами. \square

Задача 8.3. Сколько существует прямых, проходящих через точку $(0, 2019)$ и пересекающих параболу $y = x^2$ в двух точках с целыми координатами по оси y ?

Задача 8.4. Расстояния от точки P , лежащей внутри равностороннего треугольника, до его вершин равны 3, 4 и 5. Найдите площадь треугольника.

Задача 8.5. На танцевальный вечер пришло n пар *партнеров*, каждая пара — это девушка и юноша. Вечер состоит из не менее чем n танцев, в каждом из которых участвуют все пришедшие. Изначально юноши рассаживаются за круглым столом. На первый танец каждая девушка приглашает одного из юношей (не обязательно своего партнера). После танца девушка проводит юношу, с которым она танцевала, к его месту за столом, и на следующий танец приглашает следующего за ним юношу против часовой стрелки.

Для каких n можно рассадить юношей за столом и указать пары для первого танца так, чтобы в каждом танце хотя бы одна девушка танцевала с партнером, с которым пришла на вечер?