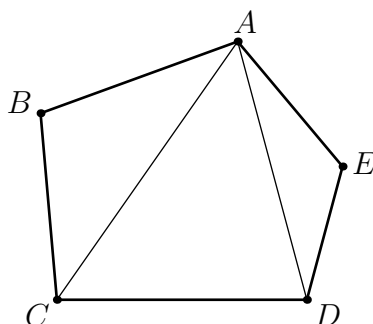


Олимпиада «Курчатов» — 2017 по математике
Отборочный интернет-этап
6—7 классы

Задача 1. Найдите самое маленькое восьмизначное число, в записи которого используются только четные цифры, причем каждая четная цифра используется хотя бы один раз.

Задача 2. В многоквартирном доме Статграда несколько подъездов с одинаковым количеством квартир. Известно, что квартиры 337 и 364 находятся в одном подъезде, а квартиры 504 и 533 — в разных подъездах, причем не в соседних. Сколько квартир в каждом подъезде?

Задача 3. Пятиугольник $ABCDE$ с периметром 30 см разрезан двумя диагоналями AC и AD на три треугольника с периметрами 20 см каждый. Найдите длину стороны CD . Ответ выразите в сантиметрах.



Задача 4. Трехзначное натуральное число N с тремя различными цифрами называется *удачным*, если оно равно среднему арифметическому всех чисел, полученных из него перестановкой цифр. Например, число $N = 481$ удачно, так как является средним арифметическим чисел 418, 481, 148, 184, 814 и 841. Найдите наибольшее удачное число. (Для того, чтобы посчитать среднее арифметическое нескольких чисел, надо сумму этих чисел поделить на их количество.)

Задача 5. Некто взял 2017 листов бумаги, на каждом из которых написал $+1$ или -1 , и разложил их по 2017 конвертам. Вы можете указать на произвольные три конверта и узнать произведение чисел, находящихся внутри этих конвертов. За какое наименьшее число вопросов можно гарантированно узнать произведение всех чисел?

Задача 6. Вася принял решение в течение семи недель заниматься математикой. Первая неделя начинается в понедельник первого сентября. Вася не готов заниматься более одного раза в неделю или более одного раза в один и тот же день недели (т. е., например, два занятия не могут приходиться на два вторника); занятия должны проходить только по четным числам. Сколькими способами он может организовать себе серию из 6 занятий?

Работа рассчитана на 120 минут

1. Есть два бумажных прямоугольных треугольника, красный и зеленый. У красного углы равны 30° , 60° и 90° , а у зеленого — 45° , 45° и 90° . Требуется разрезать каждый треугольник на два треугольника меньшего размера и образовать две пары разноцветных треугольников так, чтобы в каждой паре треугольники имели одинаковые наборы углов. Как это сделать?
2. За большим круглым столом расселись 16 человек: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Каждый заявил, что оба его соседа — лжецы. Какое наименьшее количество рыцарей за столом могло быть?
3. Сколько раз встречается цифра 1 в десятичной записи числа

$$9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots99}_{2017 \text{ раз «9»}} ?$$

4. На ста карточках написаны числа от 1 до 200. На каждой карточке по два числа: одно четное и одно нечетное, отличающиеся на 1. Вася выбрал 21 карточку. Могла ли сумма 42-х чисел на них оказаться равна 2017?

Работа рассчитана на 240 минут

1. Есть два бумажных прямоугольных треугольника, красный и зеленый. У красного углы равны 30° , 60° и 90° , а у зеленого — 45° , 45° и 90° . Требуется разрезать каждый треугольник на два треугольника меньшего размера и образовать две пары разноцветных треугольников так, чтобы в каждой паре треугольники имели одинаковые наборы углов. Как это сделать?
2. За большим круглым столом расселись 16 человек: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Каждый заявил, что оба его соседа — лжецы. Какое наименьшее количество рыцарей за столом могло быть?
3. Сколько раз встречается цифра 1 в десятичной записи числа

$$9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots99}_{2017 \text{ раз «9»}} ?$$

4. На ста карточках написаны числа от 1 до 200. На каждой карточке по два числа: одно четное и одно нечетное, отличающиеся на 1. Вася выбрал 21 карточку. Могла ли сумма 42-х чисел на них оказаться равна 2017?
5. Улитка и гусеница устроили «забег» и пришли к финишу одновременно (победила дружба). Известно, что улитка 20 минут стояла на месте, а всё остальное время ползла со скоростью 3 мм/мин, а гусеница всё время упорно ползла со скоростью 2 мм/мин. Найдите расстояние между стартом и финишем.
6. Колонна муравьёв перетаскивает груз из одного муравейника в другой. Один наблюдательный муравей заметил, что пока он ползёт от одного муравейника до другого без груза, он за весь путь встречает 200 муравьёв, ползущих ему навстречу с грузом, а когда он возвращается обратно с грузом, то он встречает 500 ползущих ему навстречу муравьёв. Найдите, во сколько раз скорость муравья без груза больше скорости муравья с грузом, если известно, что расстояние между соседними муравьями в колонне одинаково, вне зависимости от того, ползут они с грузом или без.
7. Площадь поперечного сечения медного цилиндра в 2 раза меньше, чем стального, а высота медного цилиндра 10 см. Найдите высоту стального цилиндра, если массы двух цилиндров одинаковы. Плотность меди $8,9 \text{ г/см}^3$, а плотность стали $7,8 \text{ г/см}^3$.
8. Тело подвешено на вертикальной пружине в воздухе, при этом удлинение пружины равно 5 мм. Когда это тело, не снимая с пружины, полностью погрузили в воду, удлинение пружины стало равным 3 мм. Определите плотность тела. Плотность воды 1000 кг/м^3 .