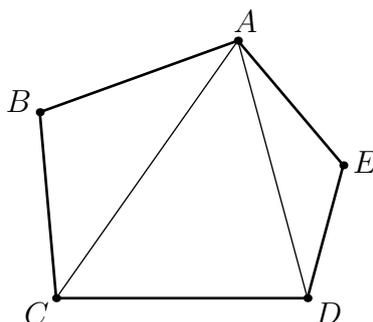


**Олимпиада «Курчатов» — 2017 по математике**  
**Отборочный интернет-этап**  
**6—7 классы**

**Задача 1.** Найдите самое маленькое восьмизначное число, в записи которого используются только четные цифры, причем каждая четная цифра используется хотя бы один раз.

**Задача 2.** В многоквартирном доме Статграда несколько подъездов с одинаковым количеством квартир. Известно, что квартиры 337 и 364 находятся в одном подъезде, а квартиры 504 и 533 — в разных подъездах, причем не в соседних. Сколько квартир в каждом подъезде?

**Задача 3.** Пятиугольник  $ABCDE$  с периметром 30 см разрезан двумя диагоналями  $AC$  и  $AD$  на три треугольника с периметрами 20 см каждый. Найдите длину стороны  $CD$ . Ответ выразите в сантиметрах.



**Задача 4.** Трехзначное натуральное число  $N$  с тремя различными цифрами называется *удачным*, если оно равно среднему арифметическому всех чисел, полученных из него перестановкой цифр. Например, число  $N = 481$  удачно, так как является средним арифметическим чисел 418, 481, 148, 184, 814 и 841. Найдите наибольшее удачное число. (Для того, чтобы посчитать среднее арифметическое нескольких чисел, надо сумму этих чисел поделить на их количество.)

**Задача 5.** Некто взял 2017 листов бумаги, на каждом из которых написал  $+1$  или  $-1$ , и разложил их по 2017 конвертам. Вы можете указать на произвольные три конверта и узнать произведение чисел, находящихся внутри этих конвертов. За какое наименьшее число вопросов можно гарантированно узнать произведение всех чисел?

**Задача 6.** Вася принял решение в течение семи недель заниматься математикой. Первая неделя начинается в понедельник первого сентября. Вася не готов заниматься более одного раза в неделю или более одного раза в один и тот же день недели (т. е., например, два занятия не могут приходиться на два вторника); занятия должны проходить только по четным числам. Сколькими способами он может организовать себе серию из 6 занятий?

Работа рассчитана на 120 минут

1. Есть два бумажных прямоугольных треугольника, красный и зеленый. У красного углы равны  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $90^\circ$ , а у зеленого —  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $90^\circ$ . Требуется разрезать каждый треугольник на два треугольника меньшего размера и образовать две пары разноцветных треугольников так, чтобы в каждой паре треугольники имели одинаковые наборы углов. Как это сделать?
2. За большим круглым столом расселись 16 человек: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Каждый заявил, что оба его соседа — лжецы. Какое наименьшее количество рыцарей за столом могло быть?
3. Сколько раз встречается цифра 1 в десятичной записи числа

$$9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots99}_{2017 \text{ раз «9»}} ?$$

4. На ста карточках написаны числа от 1 до 200. На каждой карточке по два числа: одно четное и одно нечетное, отличающиеся на 1. Вася выбрал 21 карточку. Могла ли сумма 42-х чисел на них оказаться равна 2017?

## Работа рассчитана на 240 минут

1. Есть два бумажных прямоугольных треугольника, красный и зеленый. У красного углы равны  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $90^\circ$ , а у зеленого —  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $90^\circ$ . Требуется разрезать каждый треугольник на два треугольника меньшего размера и образовать две пары разноцветных треугольников так, чтобы в каждой паре треугольники имели одинаковые наборы углов. Как это сделать?
2. За большим круглым столом расселись 16 человек: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Каждый заявил, что оба его соседа — лжецы. Какое наименьшее количество рыцарей за столом могло быть?
3. Сколько раз встречается цифра 1 в десятичной записи числа

$$9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots99}_{2017 \text{ раз «9»}} ?$$

4. На ста карточках написаны числа от 1 до 200. На каждой карточке по два числа: одно четное и одно нечетное, отличающиеся на 1. Вася выбрал 21 карточку. Могла ли сумма 42-х чисел на них оказаться равна 2017?
5. Улитка и гусеница устроили «забег» и пришли к финишу одновременно (победила дружба). Известно, что улитка 20 минут стояла на месте, а всё остальное время ползла со скоростью 3 мм/мин, а гусеница всё время упорно ползла со скоростью 2 мм/мин. Найдите расстояние между стартом и финишем.
6. Колонна муравьёв перетаскивает груз из одного муравейника в другой. Один наблюдательный муравей заметил, что пока он ползёт от одного муравейника до другого без груза, он за весь путь встречает 200 муравьёв, ползущих ему навстречу с грузом, а когда он возвращается обратно с грузом, то он встречает 500 ползущих ему навстречу муравьёв. Найдите, во сколько раз скорость муравья без груза больше скорости муравья с грузом, если известно, что расстояние между соседними муравьями в колонне одинаково, вне зависимости от того, ползут они с грузом или без.
7. Площадь поперечного сечения медного цилиндра в 2 раза меньше, чем стального, а высота медного цилиндра 10 см. Найдите высоту стального цилиндра, если массы двух цилиндров одинаковы. Плотность меди  $8,9 \text{ г/см}^3$ , а плотность стали  $7,8 \text{ г/см}^3$ .
8. Тело подвешено на вертикальной пружине в воздухе, при этом удлинение пружины равно 5 мм. Когда это тело, не снимая с пружины, полностью погрузили в воду, удлинение пружины стало равным 3 мм. Определите плотность тела. Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ .