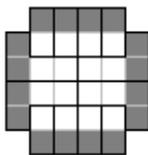


Финал, 2016 год

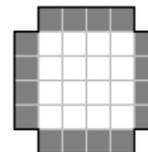
6 класс

6.1. Разрежьте фигуру на рисунке на 12 частей по границам клеток так, чтобы в каждой части темных и светлых клеток было поровну. (Части могут быть не одинаковы)



**Ответ.** Например, так.

**Критерий.** Любой верный рисунок – 7 баллов.



**6.2.** Маша и медведь съели корзину малины и 40 пирожков, начав и закончив одновременно. Сначала Маша ела малину, а медведь – пирожки, потом (в какой-то момент) они поменялись. Медведь ел и малину, и пирожки в 3 раза быстрее Маши. Сколько пирожков съела Маша, если малины они съели поровну?

**Ответ.** 4 пирожка. **Решение.** Медведь съел свою половину малины втрое быстрее Маши. Значит, Маша ела пирожки втрое меньше времени, чем медведь. Поскольку она ест втрое медленнее, то она съела пирожков в 9 раз меньше медведя. Разделив пирожки в отношении 9:1, видим, что Маше досталась 10-я часть, то есть 4 пирожка.

**Критерий.** Верный ответ – не менее 2 баллов, с полным обоснованием — 7 баллов.

**6.3.** За круглым столом сидят 10 эльфов, перед каждым корзина орехов. Каждого спросили «Сколько орехов у двух твоих соседей вместе?» и, обходя по кругу, получили ответы 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190 и 200. Сколько орехов у эльфа, который ответил 160?

**Ответ.** 55 . **Решение.** Будем называть эльфов 1-м, 2-м и т. д. в порядке получения ответов. Нечетные номера сидят через одного. В их ответах число орехов каждого четного номера учтено дважды, поэтому сумма  $110+130+150+170+190=750$  равна удвоенному числу орехов у всех четных номеров. Значит, всего у четных 375 орехов. У 8-го и 10-го вместе 190 орехов, у 2-го и 4-го вместе 130 орехов. Значит, у 6-го  $375-190-130=55$  орехов.

**Критерий.** 1 балла за верный ответ без обоснования. 3 балла за ответ и верный пример для всех.

**6.4.** Натуральное число называется *палиндромом*, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 — палиндромы, а 20, 201, 2016 — нет). Представьте число 2016 в виде произведения двух палиндромов (найдите все варианты и объясните, почему других нет).

**Ответ.**  $8 \cdot 252$ . **Решение.** Число 2016 не делится на 11. Поэтому ни один из палиндромов не двузначен (они все делятся на 11). Значит, один из палиндромов однозначен (если в обоих сомножителях не менее 3 знаков, то произведение не меньше чем  $100 \cdot 100 > 2016$ ). У числа 2016 есть только такие однозначные делители: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 и 9. Им соответствующие разложения  $1 \cdot 2016$ ,  $2 \cdot 1008$ ,  $3 \cdot 672$ ,  $4 \cdot 504$ ,  $6 \cdot 336$ ,  $7 \cdot 288$ ,  $8 \cdot 252$ ,  $9 \cdot 224$ . Подходит только одно.

**Критерий.** 2 балла за верный ответ без обоснования. При переборном решении каждый пропущенный вариант дает 2 балла штрафа.

**6.5.** 30 учеников идут парами, в каждой паре ученики разного роста. Докажите, что они могут встать в круг так, чтобы рост каждого отличался от роста его соседей.

**Решение.** Пусть одного из учеников зовут Петя, а всех других учеников Петиного роста назовем Васями. Будем строить ряд слева направо, добавляя пары. Первым поставим Петю с напарником, причем Петя слева. Если есть пара с Васей, ставим её следующей, причем Васю тоже ставим слева. Тогда слева от Васи будет Петин напарник, он отличается ростом от Васи. Точно так же добавляем в ряд все остальные пары с Васями. Когда Васи кончатся, добавляем пары в любом порядке. Ученики в паре разного роста, поэтому хотя бы один из них отличается ростом от самого правого в ряду. Ставим слева отличающегося, а справа — его напарника. В результате любая пара соседей в ряду будет разного роста. Кроме того, самый правый в ряду отличится ростом от Пети, ведь все Васи ставились слева и не могут быть самыми правыми. Поэтому ряд можно замкнуть в круг.

**Критерий.** 3 балла, если алгоритм позволяет построить всех в незамкнутый ряд.