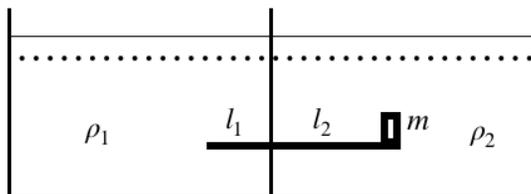


Заключительный этап. 8 класс

Задача 1. Сосуд разделён перегородкой на две части. В правую часть налито масло, в левую - вода. Через перегородку проходит рычаг, который может вращаться на шарнире без трения. Рычаг имеет форму цилиндра с площадью основания $S = 0.5 \text{ см}^2$. Плотность дерева, из которого сделан рычаг, равна $\rho = 630 \text{ кг/м}^3$. Длина левого плеча рычага равна $l_1 = 30 \text{ см}$, правого — $l_2 = 70 \text{ см}$. Плотность воды равна $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$. Для того, чтобы рычаг оставался в равновесии, на край правого плеча рычага ставят гирьку массы $m = 50 \text{ г}$ с плотностью $\rho_g = 7800 \text{ кг/м}^3$. Найдите плотность масла ρ_2 . Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 .



Возможное решение

Запишем условие равновесия рычага:

$$\rho_1 S l_1 g \frac{l_1}{2} - \rho S l_1 g \frac{l_1}{2} = \rho_2 S l_2 \frac{l_2}{2} - \rho S l_2 g \frac{l_2}{2} - (m g l_2 - \frac{m}{\rho_g} \rho_2 l_2 g)$$

Отсюда выражаем плотность масла:

$$\rho_2 = \frac{S(\rho_1 l_1^2 - \rho l_1^2 + \rho l_2^2) + 2m l_2}{\frac{m}{\rho_g} l_2 + S l_2^2} \approx 2600 \text{ кг/м}^3$$

Критерии

1. Рассмотрено условие равновесия рычага (+ 2 балла).
2. Верно записаны моменты сил рычага в левой части сосуда (+ 2 балла).
3. Верно записаны моменты сил рычага в правой части сосуда (+ 3 балла).
4. Получен верная формула для плотности масла (+ 2 балла).
5. Получен верный численный ответ (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 10 баллов.

Задача 2. Вова хочет найти плотность сорванной им незрелой груши, но под рукой у него имеются лишь таз с водой и динамометр. Взвесив грушу при помощи динамометра в воздухе, Вова установил растяжение пружины - 1,2 сантиметра. При погружении груши целиком в таз с водой, растяжение пружины динамометра оказалось в 4 раза меньше. Найдите плотность груши. Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2 , плотность воды равна 1 г/см^3 .

Возможное решение

Массу груши можно определить после первого взвешивания:

$$kx_1 = mg \Rightarrow m = \frac{kx_1}{g}$$

В воде же на грушу будет действовать также сила Архимеда:

$$kx_2 + \rho Vg = mg = kx_1 \Rightarrow V = \frac{k(x_1 - x_2)}{\rho g}$$

Тогда плотность груши можно найти как:

$$\rho_{\text{груши}} = \frac{m}{V} = \frac{kx_1}{g} * \frac{\rho g}{k(x_1 - x_2)} = \frac{\rho x_1}{x_1 - x_2} = 1,33 \text{ г/см}^3$$

Критерии

1. Верно найдена масса груши (+ 3 балла).
2. Верно найден объём груши (+ 4 балла).
3. Получен верная формула для плотности груши (+ 2 балла).
4. Получен верный численный ответ (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 10 баллов.

Задача 3. Сотрудник лаборатории сверхпроводимости хочет изготовить немного льда для коктейльной вечеринки. Для этого он наливает в открытый сосуд 4 литра дистиллированной воды при температуре $T_0 = 25^\circ C$ и начинает понемногу подливать в сосуд сжиженный воздух, имеющий максимальную температуру, при которой все его компоненты еще находятся в жидком состоянии. Вода и жидкий воздух активно перемешиваются между собой в процессе приготовления смеси. По мере испарения воздуха, его доливают ещё, повторяя до получения нужного количества смеси льда с водой. Сколько понадобится жидкого воздуха, чтобы превратить в лёд ровно четверть имеющейся воды? Считать, что воздух содержит 20% кислорода и 80% азота по массе. Температура кипения жидкого азота $T_{N_2} = -195,8^\circ C$, температура кипения жидкого кислорода $T_{O_2} = -183,0^\circ C$. Удельная теплоемкость жидкого азота $C_{N_2} = 1970$ Дж/(кг·°C), удельная теплоемкость жидкого кислорода $C_{O_2} = 1670$ Дж/(кг·°C). Считать, что компоненты жидкого воздуха ведут себя как отдельные вещества. Теплоёмкостью сосуда и его теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Удельная теплоёмкость воды $C = 4200$ Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования азота и кислорода - $L_{N_2} = 2,10 \cdot 10^5$ Дж/кг, $L_{O_2} = 2,14 \cdot 10^5$ Дж/кг соответственно.

Возможное решение

По мере доливания охлаждающей смеси вода сначала полностью остывает, отдавая количество теплоты:

$$Q_1 = Cm(T_0 - 0)$$

А затем часть воды кристаллизуется при постоянной температуре 0 градусов, отдавая еще количество теплоты:

$$Q_2 = \lambda \frac{m}{4}$$

Всё это тепло идёт на испарение смеси кислорода и азота. Теплота парообразования азота и теплота парообразования кислорода войдут в уравнение теплового баланса с соответствующими массовыми долями, однако, перед тем как кислород начнёт испаряться, он должен нагреться до температуры парообразования, что даёт вклад энергию:

$$Q_x = 0.2 * C_{O_2} m_* (T_{O_2} - T_{N_2}) \quad ,$$

где m_* — масса жидкого воздуха. Тогда уравнение теплового баланса примет вид:

$$Cm(T_0 - 0) + \lambda \frac{m}{4} = m_* (0.2L_{O_2} + 0.8L_{N_2} + 0.2C_{O_2}(T_{O_2} - T_{N_2}))$$

Отсюда:

$$m_* = \frac{m(C T_0 + \frac{\lambda}{4})}{0.2L_{O_2} + 0.8L_{N_2} + 0.2C_{O_2}(T_{O_2} - T_{N_2})} \approx 3.5 \text{ кг}$$

Критерии

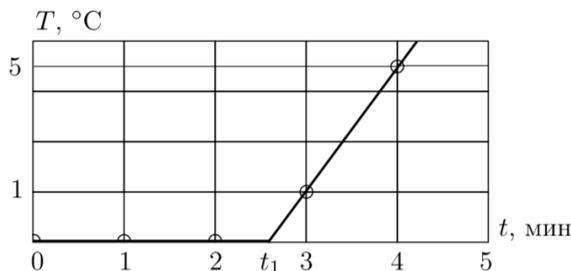
1. Верно найдена теплота, отданная дистиллированной водой при остывании (+ 2 балла).
2. Верно найдена теплота кристаллизации (+ 2 балла).
3. Верно найдена теплота нагревания кислорода (+ 3 балла).
4. Верно найдена теплота парообразования кислорода и азота (+ 2 балла).
5. Получен верный численный ответ (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 10 баллов.

Задача 4. Электрокалориметр наполненный некоторым количеством воды, нагревают с постоянной мощностью $N = 75$ Вт. В воду, имеющую температуру 0°C опускают небольшое количество льда и начинают измерять температуру смеси. Через три минуты после помещения льда в калориметр она увеличивается на $\Delta T_1 = 1^\circ\text{C}$, а к концу четвёртой минуты ещё на $\Delta T_2 = 4^\circ\text{C}$. Найдите изначальную массу воды в электрокалориметре, а также массу добавленного льда. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ Дж/г, удельная теплоёмкость воды $C = 4,2$ Дж/(г $\cdot^\circ\text{C}$).

Возможное решение

Построим график зависимости температуры воды в калориметре T от времени t :



Из графика можно найти, сколько времени продолжалось таяние льда. Действительно, зависимость температуры воды от времени после того, как весь лёд растаял (переход от горизонтального участка к наклонному), даётся зависимостью:

$$T = kt + b$$

Начальных данных достаточно, чтобы установить значения коэффициентов k и b :

$$3k + b = 1, 4k + b = 5 \Rightarrow T = 4t - 11$$

Тогда время таяния льда t_1 можно найти как точку пересечения этой прямой с осью времени: $4t_1 - 11 = 0 \rightarrow t_1 = \frac{11}{4}$ мин = 2.75 мин = 165 с. Из уравнения теплового баланса для таяния льда получаем массу льда:

$$\lambda m = Nt_1 \rightarrow m = \frac{Nt_1}{\lambda} \approx 36.4\text{г.}$$

Тогда из уравнения теплового баланса для нагрева воды массой $M + m$, где M – начальная масса воды получим:

$$C(M + m)\Delta T_1 = Nt_2 \quad ,$$

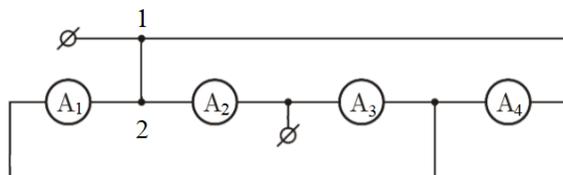
где $t_2 = 15$ с – время нагрева жидкости на температуру ΔT_1 , следовательно:

$$M = \frac{Nt_2}{C\Delta T_1} - m \approx 231.5\text{ г.}$$

Критерии

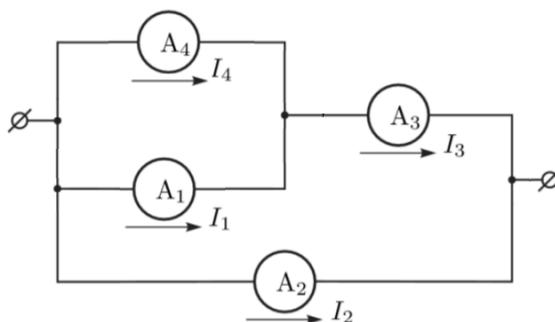
1. Найдено время таяния льда (+ 5 баллов).
 2. Найдена масса льда (+ 2 балла).
 3. Найдена начальная масса воды (+ 3 балла).
- Максимальная оценка за задачу – 10 баллов.

Задача 5. В электрическую цепь включено несколько амперметров так, как показано на рисунке. Найдите ток, текущий через участок провода 1-2, если показания амперметров в сумме дают 25 мА. Сопротивления амперметров A_1, A_2, A_3, A_4 относятся соответственно как 1:2:3:1.



Возможное решение

Нарисуем эквивалентную схему:



Поскольку внутренние сопротивления амперметров 1 и 4 равны между собой:

$$I_1 = I_4 = I, \Rightarrow I_3 = I_1 + I_4 = 2I$$

Пусть внутреннее сопротивление первого и четвертого резистора равно r , тогда напряжение источника равно:

$$I_1 r + 3I_3 r = 7I r = 2I_2 r$$

Отсюда:

$$I_2 = \frac{7}{2} I = 3.5I$$

Согласно условию:

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = I + 3.5I + 2I + I = 7.5I = 25 \text{ мА} \Rightarrow I = \frac{10}{3} \text{ мА}$$

Тогда получаем ток, текущей через участок провода 1-2:

$$I_{1-2} = I_1 + I_2 = 4.5I = 15 \text{ мА}$$

Критерии

1. Получено равенство токов на 1 и 4 амперметре (+ 2 балла).
2. Верно найдено падение напряжения в цепи (+ 4 балла).
3. Найден ток на 2 амперметре (+ 2 балла).
4. Получен верный численный ответ (+ 2 балла).

Максимальная оценка за задачу — 10 баллов.