

Курчатов-2020. Физика

Первый тур (условия и решения)

7 класс

Задача 1/1. Как быстро (т. е. сколько оборотов в секунду) надо вращать педали велосипеда, чтобы ехать со скоростью 40 км/ч, если известно, что ведущая зубчатка имеет 48 зубцов, ведомая 14, и диаметр колес велосипеда равен 60 см? Ответ округлите до десятых.

Ответ: 1,7 об/с.

Решение. Приведем скорость велосипеда и диаметр колес к одной системе единиц измерения и разделим скорость на длину окружности колеса, получив при этом необходимую частоту вращения колес. Для данных в задаче:

$$\frac{40000(\text{м})}{3600(\text{с}) * 0.6(\text{м}) * \pi} \quad (1)$$

На один полный оборот колеса приходится 14/48 оборота педалей, поэтому для расчета необходимой частоты вращения педалей выражение (1) нужно умножить на $\frac{14}{48}$. □

Задача 1/2. Как быстро (т. е. сколько оборотов в секунду) надо вращать педали велосипеда, чтобы ехать со скоростью 30 км/ч, если известно, что ведущая зубчатка имеет 40 зубцов, ведомая 15, и диаметр колес велосипеда равен 60 см? Ответ округлите до десятых.

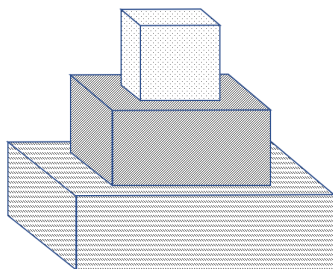
Ответ: 1,7 об/с.

Решение. Аналогично 1/1. □

Задача 2/1. Петя соорудил небольшую ступенчатую пирамиду из кубиков из разного материала. Нижний слой он сделал из 9 деревянных кубиков, средний – из 4 кубиков латуни, а сверху положил 1 медный кубик. Петя закрепил кубики, взвесил получившуюся у него фигуру и рассчитал ее среднюю плотность.

Младший брат Пети игрался с пирамидой на улице и намочил ее под дождем. Когда Петя увидел, что деревянные кубики намокли, он решил проверить, изменилась ли средняя плотность фигуры. Проведя необходимые измерения и вычисления, Петя выяснил, что средняя плотность возросла на 2 %. На сколько процентов увеличилась плотность влажного дерева по сравнению с сухой? Ответ округлите до десятых.

Плотность латуни – $8,73 \text{ г/см}^3$, плотность меди – $8,96 \text{ г/см}^3$, плотность сухого дерева – $0,51 \text{ г/см}^3$.



Ответ: 21,1%.

Решение. Пусть V - объем одного кубика, тогда $14V$ - объем всей пирамиды. При намокании фигуры менялась только плотность деревянных кубиков, поэтому изменение средней плотности на 2 % по смыслу равно изменению общей массы фигуры на 2 %. Тогда

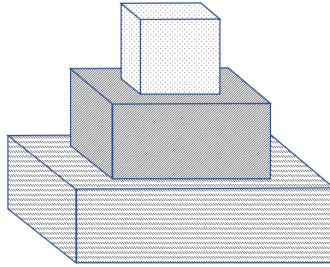
$$1,02(9V\rho_{\text{сырого дерева}}+4V\rho_{\text{латуни}}+V\rho_{\text{меди}}) = 9V\rho_{\text{сырого дерева}}+4V\rho_{\text{латуни}}+V\rho_{\text{меди}}$$

Отсюда можно выразить $\rho_{\text{сырого дерева}}$ и посчитать численно. Далее найдем отношение плотности сырого дерева к плотности сухого и убедимся, что оно равно 1,211. Значит, плотность сырого дерева больше плотности сухого на 21,1 %.

□

Задача 2/2. Петя соорудил небольшую ступенчатую пирамиду из кубиков из разного материала. Нижний слой он сделал из 9 деревянных кубиков, средний – из 4 кубиков латуни, а сверху положил 1 медный кубик. Петя закрепил кубики, взвесил получившуюся у него фигуру и рассчитал ее среднюю плотность. Младший брат Пети игрался с пирамидой на улице и намочил ее под дождем. Петя, увидев, что деревянные кубики намокли, решил определить, как изменилась их плотность. Проведя необходимые измерения и вычисления, Петя выяснил, что плотность мокрых деревянных кубиков превышает плотность сухих на 15%. На сколько процентов увеличилась средняя плотность фигуры после намокания? Ответ округлите до десятых.

Плотность латуни – $8,73 \text{ г/см}^3$, плотность меди – $8,96 \text{ г/см}^3$, плотность сухого дерева – $0,51 \text{ г/см}^3$.



Ответ: 1,4%.

Решение. Аналогично 2/1. □

Задача 3/1. В море плавает бутылка, закупоренная пробкой. Давление внутри бутылки 2 атм. На какой глубине пробка сможет пролезть в бутылку, если для этого потребуется преодолеть силу трения в 20 Н, а площадь сечения горлышка 2 см^2 ? Атмосферное давление возьмите равным 10^5 Па , плотность воды $1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Ответ: 20,41 м. (Ответы 20,4 и 20 засчитывались как правильные.)

Решение. На глубине на пробку действует сила, связанная с давлением воды и атмосферы $(p_{\text{атм}} + \rho_0 g h) * S$, эта сила проталкивает пробку внутрь. В противоположную сторону действует сила, связанная с давлением внутри бутылки $2 * p_{\text{атм}} * S$, и сила трения.

Отсюда: $F_{\text{тр}} + 2p_{\text{атм}}S = p_{\text{атм}}S + \rho_0 g h S$.

Выразим h и подставим данные из условия задачи. Ответ: 20,41 Н. □

Задача 3/2. Бутылка, закупоренную пробкой, опускают в воду и на глубине 30 м пробка пролезает в бутылку. Давление внутри бутылки 2 атм. Чему равна максимальная сила трения между пробкой и бутылкой, если площадь сечения горлышка 3 см^2 ? Атмосферное давление возьмите равным 10^5 Па , плотность воды $1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

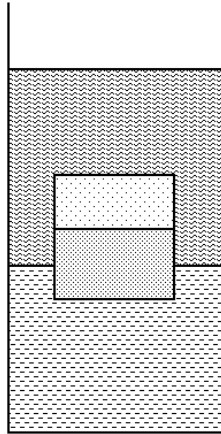
Ответ: 58,2 Н. (Ответ 58 Н засчитывался как правильный.)

Решение. На глубине 30 м на пробку действует сила, связанная с давлением воды и атмосферы $(p_{\text{атм}} + \rho_0 g h) * S$, эта сила проталкивает пробку внутрь. В противоположную сторону действует сила, связанная с давлением внутри бутылки $2 * p_{\text{атм}} * S$, и сила трения.

Отсюда: $F_{тр} = p_{атм} + \rho_{\epsilon}ghS - 2p_{атм}$.

Подставим данные из условия задачи. Ответ: 58,2 Н. □

Задача 4/1. В стакан с водой сверху долили масло. После того, как в стакан опустили твердый куб со стороной 9 см, уровень воды в стакане поднялся на 5 см, а куб остался плавать в стакане. Учитывая, что куб состоит из двух склеенных параллелепипедов, сделанных из двух видов пластика плотностью 900 кг/м^3 и 1050 кг/м^3 соответственно (см. рисунок), определите высоту параллелепипеда, сделанного из более легкого пластика. Плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность масла 925 кг/м^3 . Стакан имеет квадратное сечение со стороной 10 см. Ответ укажите в сантиметрах и округлите до сотых.



Ответ: 4,41 см.

Решение. Пусть b - сторона квадрата в сечении стакана (в данной задаче - 10 см), a - сторона пластикового куба, а Δh - изменение уровня воды. На куб действует сила тяжести F_m , направленная вниз, сила Архимеда со стороны масла F_1 и сила Архимеда со стороны воды F_2 , направленные вверх. Уровень воды в стакане поднялся на $\Delta h = 5$ см, следовательно куб плавает на границе между маслом и водой. Объем части, погруженной в воду, равен $h_{\epsilon}a^2 = b^2\Delta h$, где h_{ϵ} - глубина погружения куба в воду. Отсюда $h_{\epsilon} = 6,1728$ Тогда

$$F_1 = g\rho_{\text{масла}}a^2(a - h_{\epsilon})$$

$$F_2 = g\rho_{\text{воды}}a^2h_{\epsilon}$$

Сила тяжести куба складывается из сил тяжести двух кусков пластика:

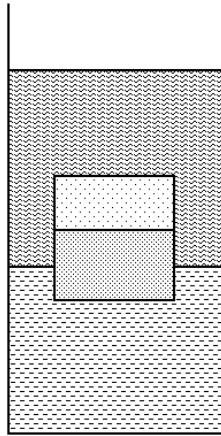
$$F_m = \rho_1a^2xg + \rho_2a^2(a - x)g,$$

где x - высота параллелепипеда из более легкого пластика с плотностью ρ_1 . Из условия плавания $F_m = F_1 + F_2$ находим

$$x = \frac{a(\rho_{\text{масла}} - \rho_2) + \Delta h \frac{b^2}{a^2}(\rho_в - \rho_{\text{масла}})}{\rho_1 - \rho_2}$$

Подставим значения и получим 4,41 см. □

Задача 4/2. В стакан с водой сверху долили масло. После того, как в стакан опустили куб со стороной 9 см, уровень воды в стакане поднялся, а куб остался плавать в стакане. Учитывая, что куб состоит из двух склеенных параллелепипедов, сделанных из двух видов пластика плотностью 900 кг/м^3 и 1050 кг/м^3 соответственно (см. рисунок), найдите на сколько сантиметров поднялся уровень воды в стакане. Плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность масла 925 кг/м^3 . Стакан имеет квадратное сечение со стороной 10 см. Высота параллелепипеда, сделанного из более легкого пластика, равна 7 см. Ответ округлите до сотых.



Ответ: 0,81 см.

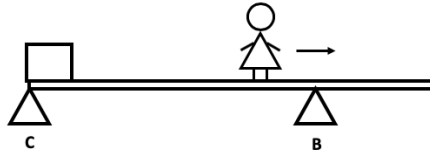
Решение. Аналогично задаче 4/1.

$$\Delta h = \frac{a^2 x (\rho_1 - \rho_2) - a^3 (\rho_{\text{масла}} - \rho_2)}{b^2 (\rho_в - \rho_{\text{масла}})}$$

При подстановке значений получаем 0,81 см. □

Задача 5/1. Девочка массой 40 кг идет по доске массой 10 кг и длиной 5 м, стоящей на двух опорах, как показано на рисунке. На левом конце доски стоит груз массой 3,5 кг. Насколько близко девочка может подойти к правому краю

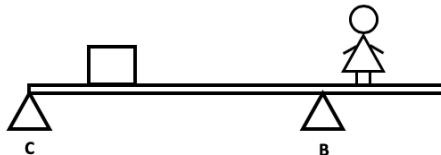
доски, чтобы доска не начала вращение вокруг опоры? Длина доски 5 м, опора В находится на расстоянии 0,9 м от правого края доски. В ответе укажите расстояние от девочки до правого конца доски в сантиметрах, округлив ответ до целых.



Ответ: 14 см.

Решение. Доска может начать вращаться только вокруг опоры В и только когда девочка окажется справа от этой опоры. Обозначим расстояние от опоры В до девочки в момент начала вращения доски за x . Запишем моменты всех сил, действующих на доску, относительно точки В. Единственный момент силы, направленный на вращение доски по часовой стрелке, связан с весом самой девочки, момент этой силы будет равен $40gx$. Сила реакции со стороны опоры С в момент начала вращения равна нулю. Тогда моменты сил, направленных на вращение доски против часовой стрелки, равны $3,5 * 4,1g$ (момент, связанный с грузом), и $10 * 1,6g$ (момент, связанный с силой тяжести самой доски, приложенной к ее центру масс). Приравнивая моменты, действующие по и против часовой стрелки, найдем $x \approx 76$ см, тогда искомое нами расстояние равно 14 см. \square

Задача 5/2. Девочка массой 35 кг идет по доске длиной 5 м, стоящей на двух опорах, как показано на рисунке. На расстоянии 0,5 м от левого конца доски стоит груз массой 1,5 кг. Опора В находится на расстоянии 3,5 метров от опоры С. Когда девочка отошла от опоры В на 75 см, доска начала вращение. Определите массу доски. В ответе укажите массу в килограммах с точностью до сотых.



Ответ: 21,75 кг.

Решение. Задача решается аналогично 5/1. \square

Задача 6/1. Ко дну высокого аквариума с водой прикреплена невесомая пружина с жесткостью $k = 10 \text{ Н/м}$ и длиной 30 см (длина пружины дана в недеформированном состоянии). Сначала сверху к пружине прикрепляют алюминиевый шарик объемом 5 см^3 . Затем алюминиевый шарик меняют на другой алюминиевый шарик того же объема, в котором есть воздушная полость, занимающая 70% объема шарика. Определите разницу установившихся высот двух шариков над дном аквариума. Плотность алюминия 2700 кг/м^3 , плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность воздуха $1,2 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до сотых.

Ответ: $0,94 \text{ см}$. ($0,95 \text{ см}$ засчитывался)

Решение. На шарик действуют сила тяжести, сила Архимеда и сила упругости:

$$mg = \rho_{\text{воды}}gV_{\text{шарика}} + k(L_0 - L),$$

где L_0 - длина недеформированной пружины. Два шарика отличаются средней плотностью, поэтому силы тяжести для них различаются. Для первого шарика: $m_1g = \rho_{\text{Al}}V_{\text{шарика}}g$ Для второго шарика: $m_2g = (\rho_{\text{воздуха}}\alpha + (1 - \alpha)\rho_{\text{Al}})gV_{\text{шарика}}$, где α - доля воздуха в объеме шарика. Разница по высоте между двумя шариками:

$$L_2 - L_1 = \alpha g \frac{V_{\text{шарика}}}{k} (\rho_{\text{Al}} - \rho_{\text{воздуха}})$$

□

Задача 6/2. Ко дну высокого аквариума с водой прикреплена невесомая пружина с жесткостью $k = 10 \text{ Н/м}$. Сначала сверху к пружине прикрепляют алюминиевый шарик объемом 125 см^3 . Затем алюминиевый шарик меняют на другой алюминиевый шарик того же объема, в котором есть воздушная полость. Известно, что разница установившихся высот двух шариков над дном аквариума равна 20 см . Определите, какую долю объема второго шарика занимает воздушная полость. Плотность алюминия 2700 кг/м^3 , плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность воздуха $1,2 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$. Ответ выразите в процентах и округлите до десятых.

Ответ: $59,3 \%$

Решение. Задача решается аналогично 6/1.

□