

**Олимпиада «Курчатов»**  
2016–17 учебный год  
Заключительный этап

**9 класс**

**Задача 1**

**Условие**

Два авианосца движутся навстречу друг другу с постоянными скоростями. Скорость первого авианосца 20 км/ч, скорость второго — 30 км/ч. В момент, когда расстояние между кораблями равно 60 км, с первого авианосца взлетает вертолёт и движется по прямой ко второму авианосцу со скоростью 150 км/ч. Долетев до второго авианосца, вертолёт зависает на 18 минут над этим кораблём, и затем возвращается на первый авианосец, вновь двигаясь со скоростью 150 км/ч. Сколько времени вертолёт отсутствовал на первом авианосце? Найдите путь, пройденный вертолётном.

**Возможное решение**

В первой части полёта вертолёт и второй авианосец сближаются со скоростью 180 км/ч. Значит, вертолёт долетит до второго авианосца за время

$$t_1 = \frac{60 \text{ км}}{180 \text{ км/ч}} = 20 \text{ мин.}$$

Затем в течение времени  $t_2 = 18$  минут вертолёт двигался вместе со вторым авианосцем. За  $t_1 + t_2 = 38$  минут авианосцы сблизятся на

$$50 \text{ км/ч} \cdot \frac{38}{60} \text{ ч} = \frac{95}{3} \text{ км,}$$

и расстояние между ними будет равно  $\frac{85}{3}$  км. Скорость сближения вертолёта и первого авианосца 170 км/ч, обратный путь займёт время

$$t_3 = \frac{\frac{85}{3} \text{ км}}{170 \text{ км/ч}} = \frac{1}{6} \text{ ч} = 10 \text{ мин.}$$

Полное время полёта

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 48 \text{ мин.}$$

Вертолёт время  $t_1 + t_3 = 30$  мин двигался со скоростью 150 км/ч, а время  $t_2 = 18$  мин двигался со скоростью 30 км/ч, поэтому путь, пройденный вертолётном, равен

$$s = 150 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot \frac{1}{2} \text{ ч} + 30 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot \frac{3}{10} \text{ ч} = 84 \text{ км.}$$

**Критерии оценивания**

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Правильно использовано соотношение между временем, скоростью и расстоянием при равномерном движении .....	1 балл
Правильно найдены все необходимые скорости сближения .....	1 балл
Правильно найдено полное время полёта .....	2 балла
Правильно найден пройденный вертолётном путь .....	1 балл

## Задача 2

### Условие

Диск катится без проскальзывания с постоянной скоростью  $v_0$  вниз по наклонной плоскости, составляющей угол  $60^\circ$  с горизонтом. Найдите модуль скорости верхней точки диска.

### Возможное решение

Проскальзывание отсутствует, следовательно, все точки на краю диска вращаются относительно центра со скоростью  $v_0$ . Полная скорость точки складывается из скорости вращательного движения и скорости поступательного движения центра. Скорость вращательного движения равна по модулю  $v_0$  и направлена горизонтально (поскольку это самая верхняя точка диска), а скорость центра по модулю также равна  $v_0$  и направлена под углом  $60^\circ$  к горизонту. Значит, вертикальная составляющая скорости центра равна  $v_0 \sin 60^\circ = (\sqrt{3}/2)v_0$ , а горизонтальная равна  $v_0 \cos 60^\circ = v_0/2$ . Вертикальная составляющая полной скорости равна  $(\sqrt{3}/2)v_0$ , а горизонтальная составляющая полной скорости равна  $v_0 + v_0/2 = (3/2)v_0$ . Модуль полной скорости найдём по теореме Пифагора:

$$v = \sqrt{\frac{3}{4}v_0^2 + \frac{9}{4}v_0^2} = \sqrt{3}v_0.$$

### Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Использовано разложение на вращательное и поступательное движение .....	1 балл
Показано, что скорость вращательного движения равна $v_0$ .....	1 балл
Найдено направление скорости вращательного движения .....	1 балл
Использована теорема Пифагора для нахождения модуля скорости.....	1 балл
Получен ответ .....	1 балл

## Задача 3

### Условие

Невесомая нерастяжимая нить перекинута через идеальный неподвижный блок. К концам нити подвешены небольшие грузы: к правому — груз массой  $m_1$ , к левому — груз массой  $m_2$ ,  $m_1 > m_2$ . Изначально грузы удерживают неподвижно на одном уровне, затем их отпускают. Найдите скорости (модуль и направление) грузов в момент, когда расстояние между ними по вертикали составит  $h$ . Ускорение свободного падения  $g$ , трение пренебрежимо мало.

### Возможное решение

Поскольку нить нерастяжимая, скорости грузов в любой момент будут равны по модулю и противоположны по направлению. Правый груз тяжелее, следовательно, его скорость будет направлена вертикально вниз, а скорость левого будет направлена вертикально вверх. Чтобы найти модуль скорости, воспользуемся законом сохранения энергии:

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = (m_1 - m_2)g \frac{h}{2}.$$

Здесь учтено, что правый груз опустился на  $h/2$ , а левый поднялся на  $h/2$ .

Получаем ответ для модуля скорости

$$v = \sqrt{\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} gh}.$$

### Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Показано, что скорости грузов равны по модулю и противоположны по направлению ...	1 балл
Указаны направления скоростей .....	1 балл
Записан закон сохранения энергии .....	1 балл
Найдены модули скоростей .....	2 балла

### Задача 4

#### Условие

На электрической плите стоит цилиндрическая кастрюля с кипящей водой. За  $t = 10$  мин уровень воды в кастрюле уменьшился на  $h = 2$  мм. Найдите КПД электроплиты, если она работает от источника постоянного тока напряжением  $U = 220$  В, сопротивление нагревательной спирали  $R = 50$  Ом, площадь поперечного сечения кастрюли  $S = 350$  см<sup>2</sup>. Полезной работой плиты считайте теплоту, переданную воде в кастрюле. Удельная теплота парообразования воды  $L = 2,3$  МДж/кг, плотность воды  $\rho = 1,0$  г/см<sup>3</sup>.

#### Возможное решение

Потребляемая плитой мощность равна  $P_0 = U^2/R = 968$  Вт. Полезная мощность идёт на испарение воды:

$$P_1 = \frac{L\Delta m}{\Delta t} = \frac{L\rho Sh}{t} \approx 268 \text{ Вт.}$$

КПД электроплиты

$$\eta = \frac{P_1}{P_0} \approx 28\%.$$

### Критерии оценивания

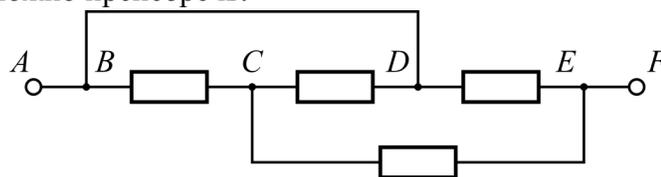
Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Найдена потребляемая мощность по закону Джоуля-Ленца .....	1 балл
Получено выражение для полезной мощности .....	2 балла
Правильно рассчитан КПД .....	2 балла

### Задача 5

#### Условие

Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $F$  участка цепи, схема которого показана на рисунке. Все резисторы имеют одинаковое сопротивление  $R = 120$  кОм, сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь.



### Возможное решение

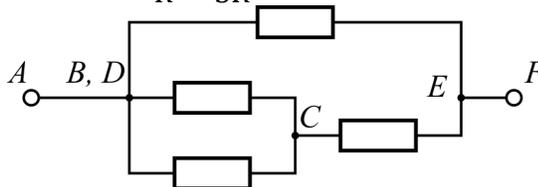
Точки  $B$  и  $D$  соединены проводом с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, поэтому эти точки можно объединить в одну. Получим эквивалентную схему, показанную на рисунке.

Между точками  $B$  и  $C$  два резистора соединены параллельно, их можно заменить одним с сопротивлением  $R/2$ . На участке  $BCE$  теперь имеется два резистора, соединённых последовательно, их можно заменить на один с сопротивлением

$$\frac{R}{2} + R = \frac{3}{2}R.$$

В итоге получилась схема из двух параллельных резисторов, сопротивление которой

$$R_{AF} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{2}{3R}} = \frac{3}{5}R = 72 \text{ кОм}.$$



### Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Указано, что точки $B$ и $D$ можно соединить в одну .....	1 балл
Изображена правильная эквивалентная схема .....	1 балл
Применены формулы для последовательного и параллельного соединения .....	1 балл
Получен верный ответ .....	2 балла