

**Олимпиада «Курчатов»**  
2016–17 учебный год  
Заключительный этап

**10 класс**

**Задача 1**

**Условие**

Диск катится без проскальзывания с постоянной скоростью  $v_0$  вверх по наклонной плоскости, составляющей угол  $30^\circ$  с горизонтом. Найдите модуль скорости нижней точки диска.

**Возможное решение**

Проскальзывание отсутствует, следовательно, все точки на краю диска вращаются относительно центра со скоростью  $v_0$ . Полная скорость точки складывается из скорости вращательного движения и скорости поступательного движения центра. Скорость вращательного движения равна по модулю  $v_0$  и направлена горизонтально (поскольку это самая нижняя точка диска), а скорость центра по модулю также равна  $v_0$  и направлена под углом  $30^\circ$  к горизонту. Значит, вертикальная составляющая скорости центра равна  $v_0 \sin 30^\circ = v_0/2$ , а горизонтальная равна  $v_0 \cos 30^\circ = (\sqrt{3}/2)v_0$ . Вертикальная составляющая полной скорости равна  $v_0/2$ , а горизонтальная составляющая полной скорости равна  $v_0 - (\sqrt{3}/2)v_0$ . Модуль полной скорости найдём по теореме Пифагора:

$$v = \sqrt{\frac{1}{4}v_0^2 + \frac{7 - 4\sqrt{3}}{4}v_0^2} = \sqrt{2 - \sqrt{3}}v_0.$$

**Критерии оценивания**

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Использовано разложение на вращательное и поступательное движение .....	1 балл
Показано, что скорость вращательного движения равна $v_0$ .....	1 балл
Найдено направление скорости вращательного движения .....	1 балл
Использована теорема Пифагора для нахождения модуля скорости .....	1 балл
Получен ответ .....	1 балл

**Задача 2**

**Условие**

Невесомая нерастяжимая нить перекинута через идеальный неподвижный блок. К концам нити подвешены небольшие грузы: к правому — груз массой  $m_1$ , к левому — груз массой  $m_2$ ,  $m_1 > m_2$ . Изначально грузы удерживают неподвижно на одном уровне, затем их отпускают. Через какое время  $t$  после начала движения грузов расстояние между ними по вертикали составит  $h$ ? Ускорение свободного падения  $g$ , трение пренебрежимо мало.

**Возможное решение**

Поскольку нить нерастяжимая, ускорения грузов будут равны по модулю и противоположны по направлению. Правый груз тяжелее, следовательно, его ускорение будет направлено вниз,

а ускорение левого груза — вверх. Силы натяжения нити, действующие на грузы, будут равны по модулю, поскольку нить невесомая, блок неподвижный и идеальный, и трения нет. Обозначим модуль ускорений грузов  $a$ , модуль сил натяжения нити  $T$ . Направим ось  $y$  вертикально вверх и запишем второй закон Ньютона в проекции на ось  $y$  для правого и левого груза соответственно:

$$\begin{cases} T - m_1 g = -m_1 a, \\ T - m_2 g = m_2 a; \end{cases} \text{откуда } a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g.$$

Относительно друг друга грузы будут удаляться с постоянным ускорением  $2a$ , расстояние по вертикали между грузами через время  $t$  будет равно

$$h = 2a \frac{t^2}{2}, \text{откуда } t = \sqrt{\frac{h}{a}} = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)h}{(m_1 - m_2)g}}.$$

### Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Указано, что ускорения грузов равны по модулю и противоположно направлены .....	1 балл
Указано, что силы натяжения нити, действующие на грузы, равны по модулю .....	1 балл
Записаны вторые законы Ньютона для грузов .....	1 балл
Найден модуль ускорений грузов .....	1 балл
Найдено время $t$ .....	1 балл

### Задача 3

#### Условие

Два маленьких бруска движутся по горизонтальной поверхности стола навстречу друг другу. Масса первого бруска  $m_1 = m$ , масса второго  $m_2 = 2m$ . Бруски сталкиваются. На какое расстояние  $L$  разъедутся бруски после удара? Непосредственно перед ударом модуль скорости первого бруска равен  $v_1 = 2v$ , второго бруска —  $v_2 = v$ . Удар абсолютно упругий и лобовой, движение брусков поступательное. Коэффициенты трения брусков о стол одинаковы и равны  $\mu$ , ускорение свободного падения  $g$ .

#### Возможное решение

Для нахождения скоростей после удара можно воспользоваться законами сохранения энергии и импульса, однако, решение можно указать и сразу, если заметить, что суммарный импульс брусков равен нулю. Значит, после столкновения бруски поменяют направления скоростей на противоположные, а по модулю скорости останутся теми же.

На первый брусок действует сила трения  $\mu mg$ . Для нахождения расстояния  $s_1$ , на которое отъедет первый брусок от места удара, приравняем его начальную кинетическую энергию к модулю работы силы трения:

$$\frac{mv_1^2}{2} = \mu mgs_1, \text{откуда } s_1 = \frac{v_1^2}{2\mu g} = \frac{2v^2}{\mu g}.$$

Рассуждая аналогичным образом, найдём расстояние, пройденное вторым бруском:

$$s_2 = \frac{v^2}{2\mu g}.$$

Расстояние, на которое разъедутся бруски, равно

$$L = s_1 + s_2 = \frac{5v^2}{2\mu g}$$

### Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Найдена скорость первого бруска после удара .....	1 балл
Найдена скорость второго бруска после удара.....	1 балл
Найдена смещение первого бруска после удара .....	1 балл
Найдена смещение второго бруска после удара.....	1 балл
Найдено расстояние $L$ .....	1 балл

### Задача 4

#### Условие

Воздушные шарики надувают гелием из баллона, в котором гелий находится в газообразном состоянии. Давление в баллоне до того, как надували шарики, было равно  $p_1 = 150p_0$ , где  $p_0$  — атмосферное давление, а после надувания стало равным  $p_2 = 90p_0$ . Сколько шариков надули? Давление внутри надутого шарика  $p = 1,2p_0$ . Процесс происходит при постоянной температуре  $25^\circ\text{C}$ , объём надутого шарика в  $k = 10$  раз меньше объёма баллона.

#### Возможное решение

Найдём изменение количества  $\Delta\nu$  гелия в баллоне объёмом  $V$ , воспользовавшись уравнением состояния идеального газа:

$$(p_1 - p_2)V = \Delta\nu RT, \text{ откуда } \Delta\nu = \frac{60p_0V}{RT}.$$

Количество гелия в одном шаре

$$\nu = \frac{pV}{kRT} = \frac{1,2p_0V}{kRT}.$$

Число надутых шариков

$$N = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{60 \cdot k}{1,2} = 500.$$

### Критерии оценивания

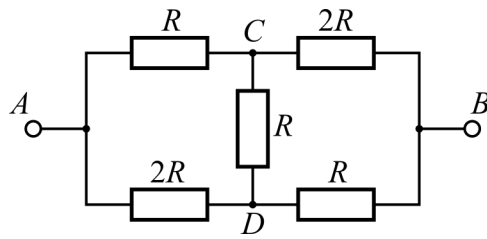
Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Записано уравнение состояния для гелия в баллоне.....	1 балл
Найдено изменение количества гелия в баллоне .....	1 балл
Записано уравнение состояния для гелия в шарике.....	1 балл
Найдено количество гелия в одном шарике .....	1 балл
Найдено количество надутых шариков .....	1 балл

### Задача 5

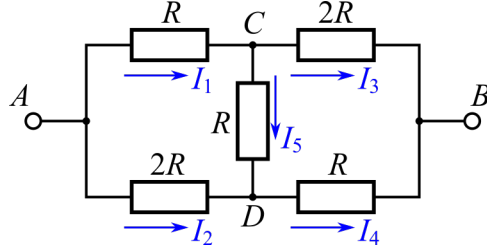
#### Условие

Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $B$  участка цепи, схема которого показана на рисунке. Сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь. Найдите общее сопротивление участка  $AB$  цепи и силу тока на участке  $CD$ , если напряжение между точками  $A$  и  $B$  равно  $U$ .



**Возможное решение**

Введём обозначения для сил токов, как показано на рисунке.



Запишем первое правило Кирхгофа для узлов C и D:

$$\begin{cases} I_1 = I_3 + I_5, \\ I_2 + I_5 = I_4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_5 = I_1 - I_3, \\ I_4 = I_1 + I_2 - I_3. \end{cases}$$

Запишем второе правило Кирхгофа для контура ACBDA:

$$I_1 R + 2I_3 R - I_4 R - 2I_2 R = 0.$$

Подставив в это уравнение выражение для  $I_4$ , получим

$$3I_3 R - 3I_2 R = 0 \Leftrightarrow I_2 = I_3 \Rightarrow I_5 = I_1 - I_2.$$

Запишем второе правило Кирхгофа для контура ACDA:

$$I_1 R + (I_1 - I_2)R - 2I_2 R = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3} I_1.$$

Напряжение между точками A и B

$$U = I_1 R + 2I_3 R = I_1 R + 2I_2 R = \frac{7}{3} I_1 R.$$

В точку A втекает ток силой

$$I = I_1 + I_2 = \frac{5}{3} I_1.$$

Значит, общее сопротивление цепи

$$R_0 = \frac{U}{I} = \frac{7}{5} R.$$

Сила тока

$$I_5 = I_1 - I_2 = \frac{1}{3} I_1 = \frac{1}{3} \frac{U}{\frac{7}{3} R} = \frac{U}{7R}.$$

*Примечание:* равенства  $I_1 = I_4$ ,  $I_2 = I_3$  могут быть получены из соображений симметрии.

**Критерии оценивания**

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Использовано первое правило Кирхгофа.....	1 балл
Использовано второе правило Кирхгофа.....	1 балл
Найдено общее сопротивление цепи .....	2 балла
Найдена сила тока на участке CD.....	1 балл