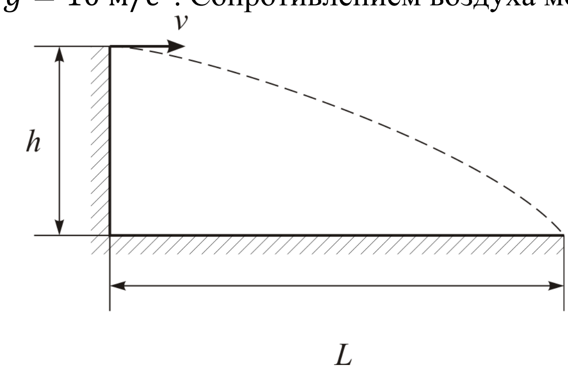
9 класс

Задача 9.1

Условие

Дальность полёта L тела, брошенного горизонтально со скоростью $v = 3$ м/с, в 3 раза больше высоты h, с которой бросили тело. Найдите время полёта тела и модуль скорости тела непосредственно перед падением на горизонтальную поверхность. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



Возможное решение

Пусть время полёта равно t. Тогда $L = vt$, а $h = \frac{gt^2}{2}$, значит,

$$vt = \frac{3gt^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2v}{3g} = 0{,}2 \text{ с}.$$

Значит, высота $h = \frac{gt^2}{2} = 0{,}2$ м. Конечную скорость v_1 найдём из закона сохранения энергии (массу тела примем равной 1):

$$\frac{v^2}{2} + gh = \frac{v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{v^2 + 2gh} \approx 3{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Записано связь между дальностью и временем полёта ....1 балл
Записано связь между высотой и временем полёта ....1 балл
Найдено время полёта ....1 балл
Найдена конечная скорость ....2 балла

Задача 9.2

Условие

Пружина расположена вдоль оси X. Один из концов пружины закреплен. Для перемещения второго конца пружины из положения с координатой «a» в положение с координатой «b» потребовалось совершить работу A. Для перемещения этого же конца пружины из положения с координатой «$2a$» в положение с координатой «$2b$» потребовалось совершить работу $1{,}5A$. Какая работа потребуется для перемещения этого же конца пружины из положения «$3a$» в положение «$3b$»?

Возможное решение

Поскольку неизвестно, была ли пружина деформирована в начальный момент, обозначим её начальную деформацию символом x. Будем считать жесткость пружины равной единице. Тогда выполняются следующие соотношения:

$A = (b - x)^2/2 - (a - x)^2/2;$

$3A/2 = (2b - x)^2/2 - (2a - x)^2/2.$

Нужно найти величину:

$Y = (3b - x)^2/2 - (3a - x)^2/2.$

Перепишем два соотношения и уравнение для Y в виде:

$$(b^2 - a^2)/2 = A + (b - a)x; \quad (1)$$

$$2(b^2 - a^2) = 3A/2 + 2(b - a)x; \quad (2)$$

$Y = 9(b^2 - a^2)/2 - 3(b - a)x.$

Обозначим $(b^2 - a^2)/2 \equiv m$, и $(b - a)x \equiv k$.

Решая систему из уравнений (1) и (2), находим: $m = -A/4$; $k = -5A/4$.

Отсюда получается: $Y = -9A/4 + 15A/4 = 1{,}5A$.

Критерии оценивания

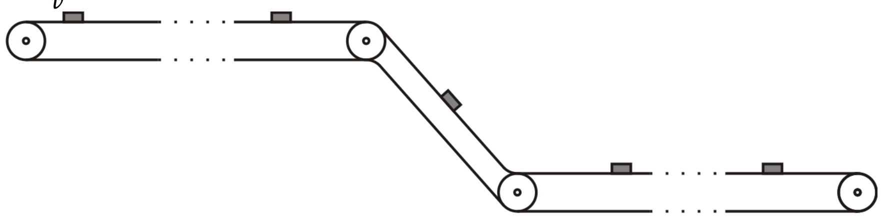
Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Указано, что работа равна изменению потенциальной энергии пружины ....1 балл
Записано выражение для потенциальной энергии пружины (с учётом неизвестного x) ...1 балл
Решена система уравнений (1) и (2) или аналогичная ей ....1 балл
Получен ответ ....2 бала

Задача 9.3

Условие

На ленте длинного транспортёра, имеющего два горизонтальных участка и один наклонный, движутся с постоянной скоростью одинаковые грузы массой M. Грузы расположены вдоль ленты на одинаковых расстояниях друг от друга и не скользят по ней. Лента приводится в движение мотором постоянной мощности. С нижнего горизонтального участка транспортера на верхний поднимается N грузов в минуту. После того, как к каждому грузу привязали воздушный шар массой m и объёмом v, транспортёр стал поднимать n грузов в минуту. Найдите величину n. Мощность мотора после привязывания шаров осталась прежней, плотность воздуха ρ, $\frac{M}{v} > \rho > \frac{m}{v}$. Потерями механической энергии в системе можно пренебречь.



Возможное решение

Пусть h — это разность высот между верхним и нижним горизонтальными участками транспортёра. За минуту N мешков поднимаются на высоту h, и изменение их потенциальной энергии равно мощности мотора

$$P = MghN.$$

После того, как к грузам привязали легкие шары, при поднятии одного груза потенциальная энергия груза с шаром увеличивается на $(M+m)gh$, но потенциальная энергия воздуха, вытесняемого шаром, уменьшается на $\rho v g h$. Поэтому мощность мотора равна

$$P = (M + m - \rho v)ghn.$$

Поскольку мощность мотора не меняется, то

$$n = \frac{M}{M + m - \rho v}N.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Записано выражение для мощности в первом случае..1 балл
Записано выражение для мощности во втором случае..2 балла
Получен ответ ....2 балла

Задача 9.4

Условие

В лаборатории есть два куска медной проволоки одинакового поперечного сечения. Если два этих куска соединить параллельно и подключить к идеальному источнику постоянного напряжения, то выделяющаяся в цепи мощность будет в 4,9 раза больше, чем если те же куски проволоки соединить последовательно и подсоединить к тому же источнику. Найдите отношение длин этих кусков проволоки.

Возможное решение

Пусть сопротивление первого куска равно R, а второго — xR. Сопротивление последовательно соединённых кусков равно

$$R + xR = (1 + x)R,$$

а сопротивление при параллельном соединении равно

$$\frac{R \cdot xR}{R + xR} = \frac{x}{1 + x}R.$$

При постоянном напряжении источника, выделяющаяся мощность обратно пропорциональна сопротивлению нагрузки:

$$(1 + x)R = 4{,}9\frac{x}{1 + x}R \Longrightarrow x^2 - 2{,}9x + 1 = 0.$$

Решая получившееся квадратное уравнение, находим $x_1 = \frac{5}{2}$, $x_2 = \frac{2}{5}$. То есть сопротивление одного куска в 2,5 раза больше сопротивления второго. У кусков проволоки из одного и того же материала одинакового сечения отношение сопротивлений равно отношению длин, поэтому длина одного куска в 2,5 раза больше длины другого.

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Правильно использованы формулы для последовательного и параллельного соединения проводников .... 1 балл
Найдено отношение сопротивлений .... 2 балла
Указано, что отношение сопротивлений равно отношению длин .... 1 балл
Получен ответ .... 1 балл

Задача 9.5

Условие

У школьника Васи есть много одинаковых медных монет с температурой t_0 и теплоизолированный цилиндрический сосуд с водой, начальная температура которой тоже равна t_0. Вася по одной опускает монеты в воду, отпуская их без начальной скорости с высоты текущего уровня воды. Площадь дна сосуда S, начальный уровень воды H, масса одной монеты m, удельная теплоёмкость меди c, плотность меди равна ρ. Плотность и удельная теплоёмкость воды равны ρ_0 и c_0. До какой максимальной температуры можно нагреть воду таким способом? Сколько нужно бросить в воду монет, чтобы изменение её температуры было вдвое меньше максимально возможного? При решении задачи считайте, что монеты занимают весь объём ниже определенного уровня, то есть образуют на дне сплошной медный цилиндр (промежутки между монетами можно не учитывать). Теплоемкостью сосуда можно пренебречь.

Возможное решение

Поскольку промежутки между монетами можно не учитывать, то расстояния от верхнего края воды до верхнего края объёма, занимаемого монетами, всегда будет равно H. Нагревание жидкости будет происходить за счёт потенциальной энергии монет. При падении одной монеты, она опускается на глубину H, но такой же объём воды поднимается на высоту H, как бы занимая место монеты. То есть тепло, выделяемое при падении одной монеты, равно

$$Q = mgH - \frac{\rho_0}{\rho}mgH = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)mgH.$$

Это тепло идёт на нагрев всего содержимого сосуда, в том числе и последней монетки. Максимальную конечную температуру t в сосуде можно найти, если предположить, что вся выделяющаяся теплота идёт на нагрев одной последней монетки. Действительно, при падении очередной монеты вода и все ранее утонувшие монеты немного нагреваются. Поэтому каждый раз температура содержимого сосуда немного повышается. Пусть содержимое сосуда нагрелось до максимально возможной температуры. Это означает, что при бросании очередной монеты вся выделившаяся при ее падении теплота пойдет на нагревание как раз этой монеты до максимальной установившейся температуры содержимого сосуда (т.к. иначе получилось бы, что максимальная температура содержимого еще не достигнута). Значит

$$\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)mgH = cm(t - t_0) \Rightarrow t = t_0 + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)\frac{gH}{c}.$$

Количество монет N, которое необходимо бросить, чтобы нагреть воду до температуры $t_1 = \frac{t+t_0}{2}$, найдём из уравнения теплового баланса

$$NQ = (Ncm + c_0\rho_0SH)(t_1 - t_0) \Rightarrow N = \frac{c_0\rho_0SH}{cm}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Получено выражение для тепла Q, выделяемого при падении одной монеты ....1 балл
Найдена максимальная конечная температура t ....2 балла
Записано уравнение теплового баланса (для нахождения N) ....1 балл
Найдено количество монет N ....1 балл