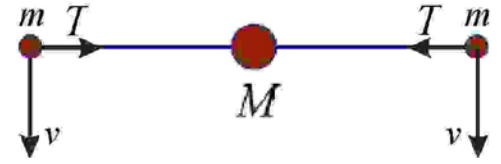


Решение задач

Задача 1. а) Рассмотрим движение в системе отсчета шарика с массой M в начальный момент времени. Маленькие шарики массы m будут вращаться вокруг большого шара со скоростью v . Ускорение большого шара a_M , в силу симметрии задачи (равенства сил натяжения нитей слева и справа), будет направлено перпендикулярно к нити. Таким образом, в проекции на ось нити, имеем:

$$T = \frac{mv^2}{l}.$$



б) Обозначим u_M - скорость большого шара, u_y и u_x - проекции скорости u_m малого шара на направление нити и направление, перпендикулярное к нити соответственно (оси y и x на рисунке). В момент соприкосновения малых шариков проекции скоростей всех шаров на ось y равны, т.е. $u_y = u_M = u$. Из закона сохранения импульса находим:

$$u = \frac{M}{M + 2m} v.$$

Ускорения шаров будет направлено вдоль нити (ось y). Запишем второй закон Ньютона для большого шара:

$$Ma_M = 2T. \quad (1)$$

Для малого шара:

$$T + ma_M = m \frac{u_x^2}{l}. \quad (2)$$

Из (1) и (2) находим:

$$T = \frac{Mtu_x^2}{(M + 2m)l} \quad (3)$$

Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + 2 \frac{mu_m^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + 2 \frac{m(u^2 + u_x^2)}{2} \quad (4)$$

Где $u_m = \sqrt{u^2 + u_x^2}$ - полная скорость малого шарика. Получаем для проекции u_x^2 :

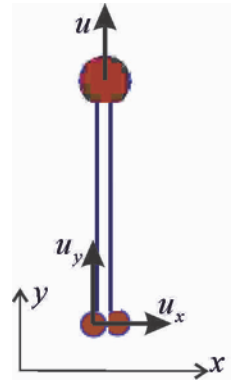
$$\begin{aligned} tu_x^2 &= \frac{Mv^2}{2} - \frac{M + 2m}{2} u^2 = \\ &= \frac{Mv^2}{2} - \frac{(M + 2m)}{2} \left(\frac{M}{M + 2m} v \right)^2 = \frac{Mmv^2}{M + 2m} \end{aligned} \quad (5)$$

Из соотношений (3) и (5) находим:

$$T = \frac{M^2 mv^2}{(M + 2m)^2 l}.$$

Разбалловка

Полное решение оценивается на 20 баллов. Ответ на первый вопрос задачи оценивается на 5 баллов. Ответ на второй вопрос – 15 баллов, из них 5 баллов за найденную скорость маленького шарика в момент столкновения.



Задача 2. Из закона о сохранении энергии имеем

$$Vq = \frac{mv^2}{2}.$$

где m и q масса и заряд электрона. Найдем скорость электрона

$$v = \sqrt{\frac{2Vq}{m}}. \quad (1)$$

На электрон действует сила Лоренца $F_L = Bvq$ в направлении перпендикулярном к скорости движения v , в следствие этого электрон движется по окружности радиуса R . Приравнявая центробежную силу инерции и силу Лоренца

$$Bvq = \frac{mv^2}{R} \quad (2)$$

получаем

$$B = \frac{mv}{qR}. \quad (3)$$

Из рисунка найдем связь между радиусом окружности R и расстоянием до мишени d :

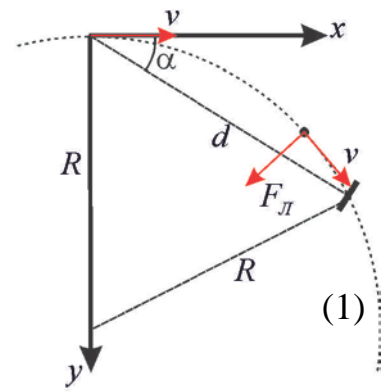
$$R = \frac{d}{2 \sin \alpha}. \quad (4)$$

Подставляя (1) и (4) в (3), получаем

$$B = \frac{2 \sin \alpha}{d} \sqrt{\frac{2mv}{q}}.$$

Разбалловка

Полное решение оценивается на 20 баллов. Полученная формула связи скорости электрона и разности потенциалов оценивается на 5 баллов; связь между радиусом окружности R и расстоянием до мишени d – 5 баллов; связь между радиусом окружности R движения электрона и индукцией магнитного поля – 5 баллов.



Задача 3. Период колебания маятника $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{eff}}}$, где g_{eff} -

ускорение эффективной силы тяжести в неинерциальной системе отсчета, связанной с тележкой. Используя теорему косинусов, найдем g_{eff} :

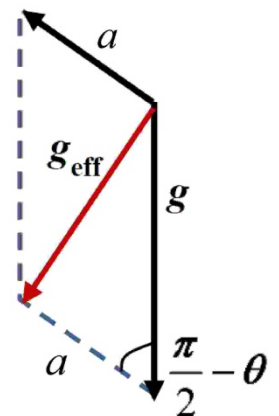
$$g_{eff}^2 = g^2 + a^2 - 2ga \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = g^2 + a^2 - 2ga \sin \theta.$$

Получаем для периода колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2 + a^2 - 2ga \sin \theta}}}.$$

Разбалловка

Полное решение оценивается на 20 баллов. Если в работе записана формула для периода колебаний и верно записан закон сложения векторов ускорений, то задача оценивается на 5 баллов.



Задача 4. Условие сдвига комода:

где $F_{\text{тр}1}$ и N_1 – силы трения и реакции опоры, действующие на левую опору, а $F_{\text{тр}2}$ и N_2 – на правую.

Если комод не опрокидывается, выполняется равенство моментов сил относительно центра масс комода:

а также равенство: $N_2 + N_1 = Mg$

Решая систему полученных уравнений получим:

$$F = \frac{k_2 + k_1}{2(L + (k_1 - k_2)h)} LMg$$

Разбалловка

Полное решение оценивается на 20 баллов. Если верно записано условие сдвига комода, то задача оценивается на 5 баллов, если получено условие равенства моментов сил относительно центра масс комода – 5 баллов.

Задача 5. Пусть: U_0 – напряжение в сети трамвайной линии; I_1 и I_2 – силы тока, потребляемого двигателем трамвая на горизонтальном и наклонном участке при движении вверх; R – полное сопротивление цепи электродвигателя и контактных проводов; $P_{\text{тр}}$ и $P_{\text{т}}$ – модули мощностей сил трения и тяжести.

При движении трамвая по горизонтальному участку пути мощность тока, потребляемая от сети, равна $P = U_0 I_1$. Часть этой мощности теряется в виде джоулева тепла $I_1^2 R$, выделяющегося на полном сопротивлении R . Поэтому КПД двигателя:

(1)

Согласно закону сохранения и превращения энергии, при движении трамвая с постоянной скоростью по горизонтальному участку пути полезная мощность $\square U_0 I_1$ должна быть равна мощности силы трения $P_{\text{тр}}$:

$$\eta U_0 I_1 = P_{\text{тр}}. \quad (2)$$

При движении трамвая вниз по наклонному участку пути с той же постоянной скоростью с выключенным двигателем абсолютное значение мощности сил трения должно быть равно мощности силы тяжести:

$$P_{\text{тр}} = P_{\text{т}}, \quad (3),$$

а при движении по этому же наклонному участку пути вверх мощность, потребляемая из сети, будет расходоваться на джоулево тепло и на совершение работы против сил трения и тяжести:

$$U_0 I_2 = I_2^2 R + P_{\text{тр}} + P_{\text{т}} = I_2^2 R + 2\eta U_0 I_1,$$

$$I_2^2 \frac{R}{U_0} - I_2 + 2\eta I_1 = 0.$$

Здесь важно, что изменение знака работы силы тяжести привело к изменению процессов внутри электрической системы. В ней потёк больший ток, как следствие потребовалось ещё большая его мощность, чтобы скомпенсировать так же и рост потерь.

Из равенств (2) и (3) получим: $P_{\text{т}} = \eta U_0 I_1$.

Из выражения (1) найдём отношение $\frac{R}{U_0} = \frac{1-\eta}{I_1}$, и подставим его в последнее квадратное уравнение:

$$I_2^2 (1-\eta) - I_1 I_2 + 2\eta I_1^2 = 0.$$

Решая это уравнение относительно искомой силы тока I_2 , получим:

$$I_2 = I_1 \frac{1 \pm \sqrt{1 - 8\eta(1-\eta)}}{2(1-\eta)}.$$

В этом выражении два «сюрприза»: во-первых – возможно два знака перед знаком радикала, во-вторых выражение под корнем больше нуля только при $\eta > 0,85$ и $\eta < 0,15$.

Ограничения на КПД, обусловлены условием задачи: упомянутые в условии равенства невозможны при других значениях КПД. Знак «-» перед корнем означает, что $I_2 < I_1$. Такая «экономия» может возникнуть, если при движении по прямой потери на джоулево тепло превосходили потери на трение. В реальном устройстве это трудно себе представить, так же, как и КПД электродвигателя меньше 15%.

В итоге получаем ответ:

$$I_2 = I_1 \frac{1 + \sqrt{1 - 8\eta(1-\eta)}}{2(1-\eta)}; \quad \text{при } \eta > 0,85.$$

Разбалловка

Полное решение оценивается на 20 баллов. Получена сила тока, но не исследована полученная зависимость – 15 баллов.