

**Межрегиональная предметная олимпиада Казанского федерального университета
по предмету «Физика»**

2013-2014 учебный год

11 класс

Возможные решения

Вариант 1

Задача 1. Запишем 2-й закон Ньютона в проекции на горизонтальное направление для каждого из брусков:

$$m_2 a_2 = F_{\text{тр}2}, \quad m_1 a_1 = F - F_{\text{тр}1} - F_{\text{тр}2}.$$

Здесь $F_{\text{тр}1}$ — сила трения, возникающая между горизонтальной поверхностью и нижним бруском, $F_{\text{тр}2}$ — сила трения, возникающая между брусками, a_1 и a_2 — ускорения нижнего и верхнего бруска соответственно. Найдём величины сил трения:

$$F_{\text{тр}2} = \mu m_2 g, \quad F_{\text{тр}1} = \mu(m_1 + m_2)g.$$

Отсюда получаем, что $a_2 = \mu g$, $a_1 = (F - \mu(m_1 + 2m_2)g)/m_1$. Так как, по условию, нижний груз нужно выдернуть из-под верхнего, $a_1 > a_2$. Подставляя в это неравенство выражения для ускорений, находим, что $F > 2\mu(m_1 + m_2)g$.

Ответ: $F > 2\mu(m_1 + m_2)g$.

Задача 2. Пусть U_X — напряжение на элементе X, а R — сопротивление резистора, тогда

$$U_{X1} = U_1 - I_1 R, \quad U_{X2} = U_2 - I_2 R.$$

Так как $I \sim U^{3/2}$, получаем

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{U_{X2}}{U_{X1}} \right)^{3/2} = \left(\frac{U_2 - I_2 R}{U_1 - I_1 R} \right)^{3/2}.$$

Отсюда находим сопротивление резистора:

$$R = \frac{U_2 - U_1(I_2/I_1)^{2/3}}{I_2 - I_1(I_2/I_1)^{2/3}} = 0,5 \text{ Ом}.$$

Ответ: 0,5 Ом.

Задача 3. Пусть O — оптический центр линзы. Первое изображение S_1 формируется лучами, прошедшими сквозь линзу, но не попавшими на зеркало AB. По формуле для тонкой линзы

$$\frac{1}{OS} + \frac{1}{OS_1} = \frac{1}{f}.$$

Так как, по условию, $OS = 7f/4$, то $OS_1 = 7f/3$.

Найдём теперь положение изображения S_2 , получающегося при отражении лучей, прошедших через линзу от зеркала. Так как $OA = 2f$, то $AS_1 = 7f/3 - 2f = f/3$. Изображения S_1 и S_2 расположены симметрично относительно зеркала, поэтому $AS_2 = AS_1 = f/3$. Отсюда получаем, что $OS_2 = OA - AS_2 = 5f/3$.

Отражённые от зеркала лучи, проходя обратно через линзу, формируют третье изображение S_3 , расположенное слева от линзы. Его положение можно найти, снова используя формулу для тонкой линзы:

$$\frac{1}{OS_2} + \frac{1}{OS_3} = \frac{1}{f} \Rightarrow OS_3 = 5f/2.$$

Ответ: Три изображения. Первое находится за зеркалом на расстоянии $7f/3$; второе — перед зеркалом на расстоянии $5f/3$, третье — левее источника S на расстоянии $5f/2$ от линзы.

Задача 4. Рассмотрим систему в положении, изображённом на рис. а. Из условия равновесия получаем, что

$$mg = 2kx_1.$$

Для системы, изображённой на рис. б, условие равновесия будет иметь вид:

$$mg = 2k\Delta L \cos \alpha,$$

где $\Delta L = \sqrt{x_2^2 + L^2} - L$ — удлинение пружины, α — угол между пружиной и вертикалью. Так как $\cos \alpha = x_2 / \sqrt{x_2^2 + L^2}$, мы получим, что

$$mg = 2kx_2 \left(1 - \frac{L}{\sqrt{x_2^2 + L^2}} \right) = 10kx_1 \left(1 - \frac{L}{\sqrt{25x_1^2 + L^2}} \right).$$

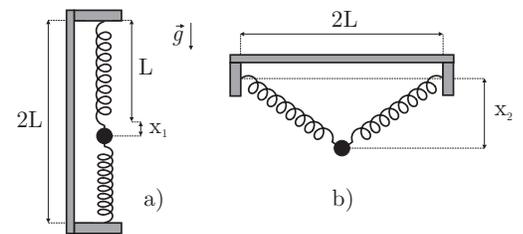
Из полученных формул следует, что

$$2kx_1 = 10kx_1 \left(1 - \frac{L}{\sqrt{25x_1^2 + L^2}} \right) \Rightarrow x_1 = \frac{3L}{20}.$$

Отсюда находим величину k :

$$mg = 2k \cdot \frac{3L}{20} \Rightarrow k = \frac{10mg}{3k}.$$

Ответ: $k = \frac{10mg}{3L}$.



Задача 5. Очевидно, что процессы 41 и 23 (см. рис.) являются изобарными. Участки 12 и 34 являются изохорами. Чтобы убедиться в этом, достаточно подсчитать количество клеток и проверить справедливость равенств

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}, \quad \frac{p_3}{T_3} = \frac{p_4}{T_4}.$$

Работа газа за цикл равна

$$A = A_{23} + A_{41} = p_2(V_3 - V_2) + p_1(V_1 - V_4).$$

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, преобразуем это выражение к виду

$$A = \nu R(T_3 - T_2) + \nu R(T_1 - T_4).$$

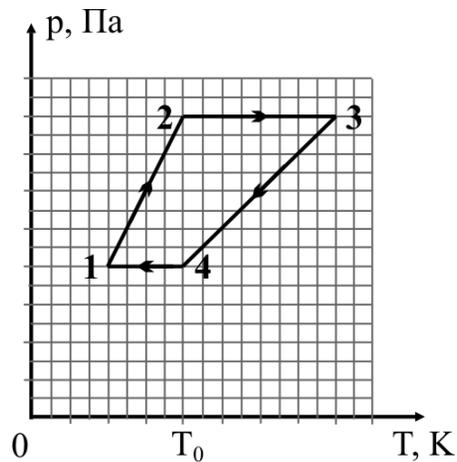
Так как, по рисунку, $T_2 = T_4 = T_0$, $T_1 = T_0/2$, $T_3 = 2T_0$, получаем, что

$$A = \nu R(2T_0 - T_0) + \nu R(0,5T_0 - T_0) = 0,5\nu R T_0.$$

Отсюда находим величину T_0 :

$$T_0 = \frac{2A}{\nu R} = \frac{2 \cdot 2500 \text{ Дж}}{1 \text{ моль} \cdot 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})} \approx 600 \text{ К}.$$

Ответ: $T_0 = 600 \text{ К}$.



Вариант 2

Задача 1. Запишем 2-й закон Ньютона в проекции на горизонтальное направление для каждого из брусков:

$$ma_1 = F_{\text{тр1}}, \quad ma_2 = F - F_{\text{тр1}} - F_{\text{тр2}}.$$

Здесь $F_{\text{тр1}}$ — сила трения, возникающая между брусками, $F_{\text{тр2}}$ — сила трения, возникающая между горизонтальной поверхностью и нижним бруском, a_1 и a_2 — ускорения верхнего и нижнего бруска соответственно. Найдём величины сил трения:

$$F_{\text{тр1}} = \mu_1 mg, \quad F_{\text{тр2}} = \mu_2 2mg.$$

Отсюда получаем, что $a_1 = \mu_1 g$, $a_2 = (F - (\mu_1 + 2\mu_2)mg)/m$. Так как, по условию, нижний груз нужно выдернуть из-под верхнего, $a_2 > a_1$. Подставляя в это неравенство выражения для ускорений, находим, что $F > 2(\mu_1 + \mu_2)mg$.

Ответ: $F > 2(\mu_1 + \mu_2)mg$.

Задача 2. Пусть m — масса правого груза. Рассмотрим предельные случаи, в которых рычаг не давит на какую-либо из опор. Пусть в первом случае масса правого груза настолько мала, что рычаг не давит на правую опору. Запишем правило моментов относительно левой точки опоры:

$$MgL = mg \cdot 2L + Mg \frac{L}{2}.$$

Отсюда получаем, что $m = M/4$. Во втором случае масса правого груза настолько велика, что рычаг не давит на левую опору. Опять запишем правило моментов, на этот раз, относительно правой точки опоры:

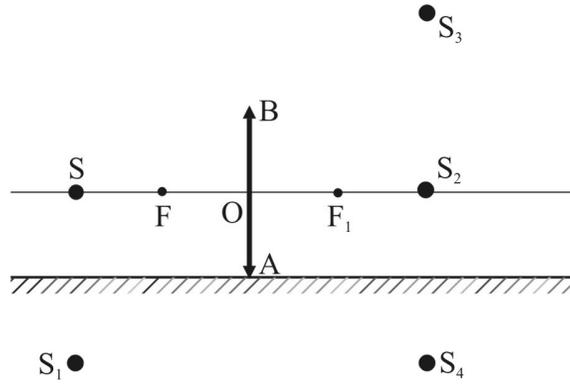
$$Mg \cdot 2L + Mg \frac{L}{2} = mg L.$$

Отсюда получаем, что $m = 5M/2$. Так как речь выше шла о предельных случаях, находим, что рычаг будет находиться в равновесии, если $M/4 \leq m \leq 5M/2$.

Ответ: От $M/4$ до $5M/2$.

Задача 3. Изображений будет четыре, из них два мнимых (S_1 и S_4) и два действительных (S_2 и S_3), все изображения находятся на расстоянии $2F$ от плоскости линзы. Изображение S_1 является отражением источника S в зеркале, S_2 — изображением источника в линзе. Лучи, отражающиеся от зеркала и проходящие затем через линзу, формируют изображение S_3 . S_4 является отражением изображения S_2 в зеркале. Для S_3 аналогичная ситуация не имеет места, так как лучи, идущие от него на зеркало не попадают.

Ответ: см. рисунок.



Задача 4. Пусть S — площадь поршня. Тогда давление поршня на газ равно $p = mg/S$, если на поршне нет гирьки, и $p' = (m + M)g/S$, если на поршне стоит гирька. Обозначим объём газа в начальном состоянии как V_0 , минимальный объём газа под поршнем с гирькой — V_1 , конечный объём обозначим как V_2 . Из уравнения Менделеева-Клапейрона получаем:

$$pV_0 = \nu RT_0 \Rightarrow V_0 = \frac{\nu RT_0 S}{mg},$$

$$p'V_1 = \nu R 2T_0 \Rightarrow V_1 = \frac{2\nu RT_0 S}{(m + M)g},$$

$$pV_2 = \nu R T_2 \Rightarrow V_2 = \frac{\nu RT_2 S}{mg},$$

где T_2 — искомая конечная температура газа.

По закону сохранения энергии, изменение внутренней энергии газа равно изменению потенциальной энергии поршня с гирькой, взятому с противоположным знаком. Используя этот факт, получаем

$$\frac{3}{2}\nu R(2T_0 - T_0) = (m + M)g \left(\frac{V_0}{S} - \frac{V_1}{S} \right) = (m + M)g \left(\frac{\nu RT_0}{mg} - \frac{2\nu RT_0}{(m + M)g} \right),$$

$$\frac{3}{2}\nu RT_0 = \left(\frac{\nu RT_0(m + M)}{m} - 2\nu RT_0 \right) \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{M}{m} - 1 \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{2}{5}.$$

Чтобы найти конечную температуру газа, снова используем связь между изменением внутренней энергии и изменением потенциальной энергии поршня (на этот раз без гирьки).

$$\frac{3}{2}\nu R(T_2 - 2T_0) = mg \left(\frac{V_1}{S} - \frac{V_2}{S} \right) = mg \left(\frac{2\nu RT_0}{(m + M)g} - \frac{\nu RT_2}{mg} \right),$$

$$\frac{3}{2}\nu R(T_2 - 2T_0) = \left(\frac{2m}{m + M} \nu RT_0 - \nu RT_2 \right) \Rightarrow \frac{3}{2}(T_2 - 2T_0) = \frac{4}{7}T_0 - T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{10}{7}T_0.$$

Ответ: а) $m/M = 2/5$; б) $T_2 = \frac{10}{7}T_0$.

Задача 5. Пусть I_1 — ток через лампочку, а U_1 — напряжение на ней, тогда

$$U_1 = U - 2I_1R \Rightarrow I_1 = \frac{U}{2R} - \frac{1}{2R}U_1 = 1,2 \text{ A} - 0,1 \text{ Ом}^{-1} U_1.$$

Чтобы найти I_1 , поперх вольт-амперной характеристики проведём прямую $I_1 = 1,2 - 0,1U_1$ и найдём координаты точки пересечения (см. рис.). В результате получаем, что $I_1 \approx 0,87 \text{ A}$. Отсюда сила тока через амперметр равна $I = 2I_1 \approx 1,75 \text{ A}$.

Ответ: 1,75 А.

