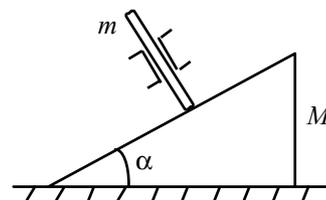


11 класс

1. (30 баллов) На гладком горизонтальном столе находится клин массы M с углом α при основании. На гладкую наклонную грань клина давит стержень массы m , который из-за направляющих может двигаться только перпендикулярно наклонной грани клина (см. рисунок). Трение между стержнем и направляющими отсутствует. Найти ускорение клина. Ускорение свободного падения равно g .



Ответ: Ускорение клина равно $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{m \sin^2 \alpha + M}$.

Решение: Запишем второй закон Ньютона для стержня в проекции на ось, перпендикулярную наклонной грани клина

$$ma_1 = mg \cos \alpha - N$$

(a_1 – ускорение стержня, N – сила реакции клина), и для клина в проекции на горизонталь

$$Ma_2 = N \sin \alpha,$$

(a_2 – ускорение клина). Учитывая, что $a_1 = a_2 \sin \alpha$ (кинематическая связь), находим ускорение клина.

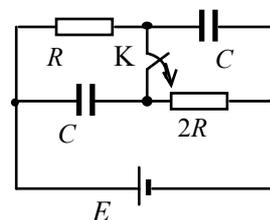
Разбалловка: Записан второй закон Ньютона для стержня – 10 баллов.

Записан второй закон Ньютона для клина – 5 баллов.

Записана кинематическая связь – 10 баллов.

Решена система уравнений – 5 баллов.

2. (40 баллов) В приведенной на рисунке схеме известны ЭДС батареи E , емкости конденсаторов C и сопротивления резисторов R и $2R$. Какой ток пойдет через батарею сразу после размыкания ключа K (20 баллов)? Какую работу совершит батарея после размыкания ключа (20 баллов)? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



Ответ: Сразу после размыкания ключа ток через батарею будет равен $2E/(3R)$. Батарея совершит работу CE^2 .

Решение: До размыкания ключа на верхнем конденсаторе было напряжение $2E/3$, а на нижнем $E/3$. Напряжения на конденсаторах останутся такими же и сразу после размыкания ключа. Следовательно, на верхнем резисторе будет напряжение $E/3$, а на нижнем $2E/3$. Токи через резисторы будут одинаковыми и равными $E/(3R)$. Ток через батарею равен сумме токов через резисторы, т.е. $2E/(3R)$. В стационарном состоянии заряды на конденсаторах будут одинаковыми и равными CE . Начальные же заряды равнялись $2CE/3$ (на верхнем) и $CE/3$ (на нижнем). Следовательно, после замыкания ключа через батарею пройдет заряд CE , а ее работа будет равна CE^2 .

Разбалловка: Записаны напряжения на конденсаторах до размыкания ключа – 5 баллов.

Понято, что сразу после размыкания напряжения на конденсаторах те же – 5 баллов.

Найдены токи через резисторы сразу после размыкания – 5 баллов.

Найден ток через батарею – 5 баллов.

Найдены конечные заряды на конденсаторах – по 5 баллов.

Найден заряд, который пройдет через батарею – 5 баллов.

Найдена работа батареи – 5 баллов.

3. (30 баллов) Тело прикреплено к стенке пружиной и совершает гармонические колебания, двигаясь по гладкому горизонтальному столу. Во сколько раз изменится амплитуда колебаний, если середину пружины закрепить в момент прохождения телом положения равновесия?

Ответ: Амплитуда колебаний уменьшится в $\sqrt{2}$ раз.

Решение: Обозначим коэффициент жесткости пружины через k , а амплитуду первоначальных колебаний через A_1 . Тогда энергию первоначальных колебаний можно записать как $kA_1^2/2$. После закрепления середины пружины энергия колебаний не изменится (в момент закрепления вся энергия является кинетической энергией тела). Учитывая, что коэффициент жесткости половины пружины равен $2k$, и обозначая амплитуду колебаний после закрепления через A_2 , можно записать соотношение

$$\frac{2kA_2^2}{2} = \frac{kA_1^2}{2},$$

откуда находим $A_2 = A_1/\sqrt{2}$.

Разбалловка: Понято, что энергия колебаний не меняется – 10 баллов.

Понято, что жесткость половины пружины вдвое больше, чем полной – 5 баллов.

Составлено уравнение связи амплитуд до и после закрепления – 10 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.