

## 9 класс

1. (40 баллов) Под каким углом к горизонту было брошено тело, если бросок произошел в момент  $t = 0$  и в моменты  $t_1$  и  $t_2$  скорость тела равнялась половине начальной?

**Ответ:** Тело было брошено под углом  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3} t_1 + t_2}{4 \sqrt{t_1 t_2}}$ .

**Решение:** Обозначим искомый угол через  $\alpha$ , начальную скорость тела – через  $V_0$  и ускорение свободного падения через  $g$ . Тогда скорость тела в произвольный момент времени  $t$  можно записать в виде

$$V = \sqrt{V_0^2 \cos^2 \alpha + (V_0 \sin \alpha - gt)^2}.$$

Из условия, что в моменты  $t_1$  и  $t_2$  скорость равна половине начальной, следуют два уравнения

$$g^2 t_1^2 - 2V_0 \sin \alpha g t_1 + \frac{3V_0^2}{4} = 0, \quad g^2 t_2^2 - 2V_0 \sin \alpha g t_2 + \frac{3V_0^2}{4} = 0.$$

Вычитая одно уравнение из другого, получаем соотношение

$$V_0 = \frac{g(t_1 + t_2)}{2 \sin \alpha}$$

и, подставляя его в любое из двух уравнений, находим  $\sin \alpha$ .

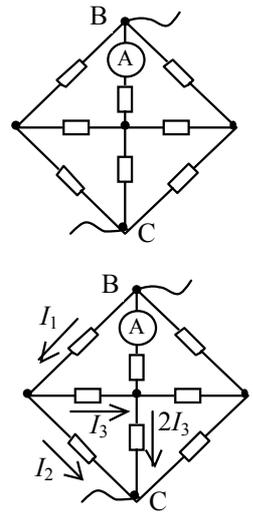
2. (30 баллов) В схеме, приведенной на рисунке, все резисторы имеют одинаковое сопротивление 70 Ом и к точкам В и С подведено постоянное напряжение. Амперметр с пренебрежимо малым сопротивлением показывает ток 1 А. Какое напряжение покажет вольтметр с очень большим сопротивлением, если его включить вместо амперметра?

**Ответ:** Вольтметр покажет 100 В.

**Решение:** Вначале по показаниям амперметра найдем напряжение источника. При этом учтем, что в силу симметрии цепи токи не текут по двум горизонтальным участкам. Таким образом, ток в 1 А течет через два последовательно соединенных резистора общим сопротивлением 140 Ом. Отсюда находим, что напряжение источника равно 140 В. Рассмотрим теперь случай, когда амперметр заменен вольтметром. При этом ток через вольтметр и включенный последовательно с ним резистор практически равен нулю. Обозначим токи через остальные резисторы, как показано на рисунке. Составим следующие уравнения:

$$I_1 = I_2 + I_3, \quad (I_1 + I_2) \cdot 70 = 140, \quad I_2 \cdot 70 = I_3 \cdot 70 + 2I_3 \cdot 70.$$

Решая систему уравнений, находим  $I_1 = 8/7$  А и  $I_3 = 2/7$  А. Учитывая, что напряжение на вольтметре равно сумме напряжений на резисторах, по которым протекают токи  $I_1$  и  $I_3$ , находим показания вольтметра: 100 В.



3. (30 баллов) Два цилиндра одинаковой высоты 6 см и одинакового поперечного сечения висят на концах переброшенной через блок идеальной нити. При этом один из цилиндров погружен в воду на половину высоты, а другой – на треть (см. рис.). Плотности материалов цилиндров больше плотности воды. На сколько сместятся цилиндры относительно блока, если после доливания воды в сосуд ее уровень поднимется на 5 см?

**Ответ:** Правый цилиндр сместится на 2 см вниз, а левый – на 2 см вверх.

**Решение:** Пока вода полностью не покроет правый цилиндр (подъем уровня воды не больше 3 см), цилиндры останутся в покое, поскольку сила Архимеда будет возрастать одинаково для обоих цилиндров. При дальнейшем повышении уровня воды сила Архимеда, действующая на правый цилиндр, меняться не будет, поэтому неизменной должна остаться и сила Архимеда, действующая на левый цилиндр. Это означает, что левый цилиндр будет следовать за уровнем воды и поднимется в итоге на 2 см. Правый цилиндр при этом опустится на 2 см.

Возможно также решение, в котором анализируется конечное (после доливания воды) равновесное положение цилиндров.

