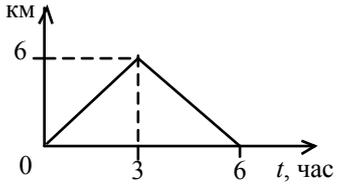


7 класс

1. (30 баллов) Два туриста одновременно выходят из одного пункта и через 6 часов приходят в другой, расположенный в 24 км. Туристы не могли двигаться быстрее 7 км/час и им разрешалось изменить свою скорость только один раз - через 3 часа после начала движения. Зависимость разности S пройденных туристами путей от времени t приведена на рисунке. Какие наименьшие значения скорости мог иметь идущий впереди турист в первые 3 часа (10 баллов) и вторые 3 часа (10 баллов) движения? Какой путь прошел за первые 3 часа идущий позади турист, если у идущего впереди скорость была наименьшей на второй половине времени движения (10 баллов)?



Ответ: Наименьшее значение скорости у идущего впереди туриста равно 3 км/час на первых 3 часах и 1 км/час – на вторых. Идущий позади турист прошел за первые 3 часа 15 км.

Решение: Согласно графику, на первых 3 часах движения скорость у идущего впереди туриста была на 2 км/час больше, чем у идущего позади, а на вторых 3 часах – на 2 км/час меньше. Скорость идущего позади туриста на первых 3 часах не может быть меньше 1 км/час (иначе он не пройдет 24 км за 6 часов), поэтому минимальная скорость идущего впереди туриста на первых 3 часах равна 3 км/час. На вторых 3 часах скорость идущего впереди туриста не может быть меньше 1 км/час, т.е. его минимальная скорость на этом интервале движения равна 1 км/час.

Если на вторых 3 часах скорость идущего впереди туриста была 1 км/час, то на первых 3 часах он шел со скоростью 7 км/час и, следовательно, идущий позади турист имел скорость 5 км/час. Таким образом, идущий позади турист прошел за первые 3 часа 15 км.

2. (30 баллов) Из двух сплавов с плотностями 5000 кг/м^3 и 10000 кг/м^3 сделали два шара радиусом 3 см каждый. У одного шара внутренняя часть радиусом 2 см сделана из легкого сплава, а внешняя часть (слой толщиной в 1 см) – из тяжелого. У другого шара внутренняя часть сделана из тяжелого сплава, а внешняя – из легкого. Во сколько раз отличаются массы шаров?

Ответ: Отношение массы шара с внутренней частью из легкого сплава к массе другого шара равно $46/35$.

Решение: Учитывая, что объем шара пропорционален кубу его радиуса, запишем следующие выражения для масс шаров:

$$m_1 = k\rho_{\text{л}}r^3 + k\rho_{\text{т}}(R^3 - r^3), \quad m_2 = k\rho_{\text{т}}r^3 + k\rho_{\text{л}}(R^3 - r^3),$$

где $\rho_{\text{л}}$ и $\rho_{\text{т}}$ – плотности легкого и тяжелого сплавов, $r = 2 \text{ см}$, $R = 3 \text{ см}$, k – коэффициент пропорциональности между объемом шара и кубом его радиуса. Поделив одно выражение на другое и подставив данные, находим искомое отношение.

3. (40 баллов) Подвешенная к потолку за один конец пружина растягивается под действием собственного веса на 1 см. На сколько изменится растяжение пружины, если к ней подвесить груз, масса которого вдвое больше массы пружины?

Ответ: Растяжение увеличится на 4 см и станет равным 5 см.

Решение: В отсутствие груза увеличение расстояния между двумя верхними витками пружины пропорционально ее весу, а увеличение расстояния между нижними витками пренебрежимо мало. Общее удлинение пружины можно представить как произведение числа витков пружины на среднее увеличение расстояния между соседними витками, которое, очевидно, равно половине увеличения расстояния между верхними витками. При подвешенном грузе увеличение расстояния между верхними витками будет пропорционально утроенному весу пружины (т.е. в 3 раза больше, чем в отсутствие груза), а между нижними – пропорционально удвоенному весу пружины. Среднее увеличение расстояния между витками будет в 5 раз больше, чем в отсутствие груза. Следовательно, и удлинение пружины будет в 5 раз больше.