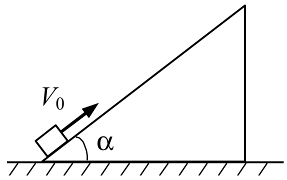
ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2016-2017
Физика, II тур
РЕШЕНИЯ

11 класс



1. (30 баллов) Кубику сообщили скорость V_0 вверх вдоль наклонной грани клина с углом α при основании (см. рис.). Масса кубика в два раза меньше массы клина, трение между кубиком и клином, клином и горизонтальной поверхностью стола отсутствует. Чему будет равна скорость кубика в момент, когда он вернется в исходную точку на поверхности клина?

Ответ: Скорость кубика равна $\frac{V_0}{3}\sqrt{1+8\sin^2\alpha}$.

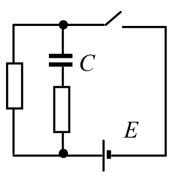
Решение: Выберем неподвижные оси x и y, направленные соответственно вправо и вверх. Из сохранения проекции импульса на ось x получаем

$$V_0\cos\alpha = V_x + 2U,$$

где V_x – проекция скорости кубика на ось x в момент его возврата в исходную точку на поверхности клина и U – скорость клина в этот же момент. Из закона сохранения энергии имеем соотношение

$$V_0^2 = V_x^2 + V_y^2 + 2U^2,$$

где V_y – проекция скорости кубика на ось y в момент возврата. Кубик движется под действием постоянных сил и, следовательно, с постоянным ускорением. Из постоянства проекции ускорения на ось y и равенства нулю перемещения кубика вдоль этой оси следует, что $V_y = -V_0\sin\alpha$. Составленные уравнения приводят к квадратному уравнению для V_x, которое имеет корни $V_0\cos\alpha$ (который следует отбросить) и $-\frac{1}{3}V_0\cos\alpha$. По теореме Пифагора находим величину скорости $V=\sqrt{V_x^2+V_y^2}$.



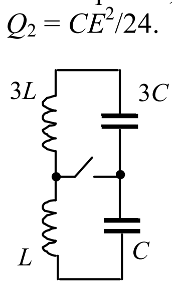
2. (30 баллов) В схеме, приведенной на рисунке, батарею с ЭДС E подключили, замкнув ключ, к конденсатору емкости C и двум резисторам, сопротивления которых отличаются в два раза. Через некоторое время, когда токи через резисторы стали одинаковыми, ключ разомкнули. Сколько тепла выделилось в резисторе с меньшим сопротивлением при замкнутом ключе (15 баллов) и после размыкания ключа (15 баллов)?

Ответ: При замкнутом ключе выделилось тепло $3CE^2/8$, а после размыкания $CE^2/24$.

Решение: Можно понять, что резистор с меньшим сопротивлением включен последовательно с конденсатором. В момент, когда токи в резисторах станут равными, напряжение на конденсаторе будет $E/2$, а заряд конденсатора будет $CE/2$. Записывая баланс энергии для батареи и ветви с конденсатором, получим

$$\frac{C\left(E/2\right)^2}{2}+Q_1=\frac{CE^2}{2},$$

где первое слагаемое в левой части – запасенная в конденсаторе энергия, второе – тепло, выделившееся в резисторе с меньшим сопротивлением при замкнутом ключе, а правая часть представляет собой работу батареи над ветвью с конденсатором. Отсюда находим $Q_1 = 3CE^2/8$. После размыкания ключа 1/3 запасенной в конденсаторе энергии выделится в резисторе с меньшим сопротивлением и 2/3 – в другом резисторе. Таким образом, тепло Q_2, выделившееся в резисторе с меньшим сопротивлением после размыкания ключа, равно $Q_2 = CE^2/24$.



3. (30 баллов) В колебательном контуре, состоящем из двух независимых катушек с индуктивностями L и $3L$ и двух конденсаторов с емкостями C и $3C$ (см. рис.), происходят колебания с амплитудой тока I_0. Каково будет наибольшее значение максимального тока в перемычке после ее замыкания ключом?

Ответ: Наибольшее значение максимального тока равно $\frac{4}{\sqrt{3}}I_0$.

Решение: После замыкания ключа схема превращается в два независимых колебательных контура с собственными частотами, отличающимися в три раза. Амплитуда колебаний тока в каждом контуре зависит от момента, в который замкнули ключ. Например, при замыкании ключа в момент максимального тока I_0 в катушках (в этот момент конденсаторы разряжены) амплитуды токов в контурах будут тоже равны I_0. Поскольку при этом токи в перемычке, создаваемые двумя контурами, никогда не будут течь в одном направлении, максимальный ток через перемычку будет меньше $2I_0$. Наибольшее значение максимального тока в перемычке будет достигаться в том случае, когда перемычка замыкается в момент отсутствия токов в катушках (максимального заряда конденсаторов). Действительно, в этом случае нижнему контуру «достается» наибольшая часть (3/4) первоначальной энергии $2LI_0^2$, что обеспечивает наибольшую амплитуду тока ($\sqrt{3}I_0$) в этом контуре. Хотя при этом амплитуда тока в верхнем контуре имеет наименьшее значение ($I_0/\sqrt{3}$), сумма амплитуд токов в перемычке имеет наибольшее значение $\frac{4}{\sqrt{3}}I_0$. Это значение достигается через четверть периода колебаний в одном контуре и три четверти периода колебаний в другом.

4. (10 баллов) При рассмотрении дифракции света на круглом отверстии, сделанном в непрозрачном экране, можно, следуя Френелю, считать отверстие заполненным вторичными источниками волн. Для расчета интенсивности света за экраном в произвольной точке на прямой, проходящей через центр отверстия перпендикулярно экрану, удобно разбить площадь отверстия на концентрические кольцевые зоны (зоны Френеля). Радиусы границ каждой зоны таковы, что колебания от границ зоны приходят в выбранную точку со сдвигом фаз, равным π. Объясните существование на прямой точек, в которых интенсивность света равна нулю.

Ответ: Колебания от соседних зон Френеля приходят в точку наблюдения в противофазе и в результате интерференции гасят друг друга. В точках, для которых в отверстие укладывается четное число зон Френеля, интенсивность света получается равной нулю.