

10 класс

1. (30 баллов) Под каким углом к горизонту было брошено тело, если бросок произошел в момент $t = 0$ и в моменты t_1 и t_2 скорость тела равнялась половине начальной?

Ответ: Тело было брошено под углом $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{t_1 + t_2}{\sqrt{t_1 t_2}}$.

Решение: Обозначим искомый угол через α , начальную скорость тела через V_0 и ускорение свободного падения через g . Тогда скорость тела в произвольный момент времени t можно записать в виде

$$V = \sqrt{V_0^2 \cos^2 \alpha + (V_0 \sin \alpha - gt)^2}.$$

Из условия, что в моменты t_1 и t_2 скорость равна половине начальной, следуют два уравнения

$$g^2 t_1^2 - 2V_0 \sin \alpha g t_1 + \frac{3V_0^2}{4} = 0, \quad g^2 t_2^2 - 2V_0 \sin \alpha g t_2 + \frac{3V_0^2}{4} = 0.$$

Вычитая одно уравнение из другого, получаем соотношение

$$V_0 = \frac{g(t_1 + t_2)}{2 \sin \alpha}$$

и, подставляя его в любое из двух уравнений, находим $\sin \alpha$.

2. (30 баллов) Кубику сообщили скорость V_0 вверх вдоль наклонной грани клина с углом α при основании (см. рис.). Масса кубика в два раза меньше массы клина, трение между кубиком и клином, клином и горизонтальной поверхностью стола отсутствует. Какую скорость будет иметь клин в момент, когда кубик вернется в исходную точку на поверхности клина?

Ответ: Скорость клина будет равна $\frac{2}{3} V_0 \cos \alpha$.

Решение: Выберем неподвижные оси x и y , направленные соответственно вправо и вверх. Из сохранения проекции импульса на ось x получаем

$$V_0 \cos \alpha = V_x + 2U,$$

где V_x – проекция скорости кубика на ось x в момент его возврата в исходную точку на поверхности клина и U – скорость клина в этот же момент. Из закона сохранения энергии имеем соотношение

$$V_0^2 = V_x^2 + V_y^2 + 2U^2,$$

где V_y – проекция скорости кубика на ось y в момент возврата. Кубик движется под действием постоянных сил и, следовательно, с постоянным ускорением. Из постоянства проекции ускорения на ось y и равенства нулю перемещения кубика вдоль этой оси следует, что $V_y = -V_0 \sin \alpha$. Составленные уравнения приводят к квадратно-

му уравнению для V_x , которое имеет корни $V_0 \cos \alpha$ (который следует отбросить) и $-\frac{1}{3} V_0 \cos \alpha$. Подставляя найденное значение $V_x = -\frac{1}{3} V_0 \cos \alpha$ в уравнение сохранения проекции импульса, получаем $U = \frac{2}{3} V_0 \cos \alpha$.

3. (30 баллов) В ходе некоторого процесса, проводимого с одним молем одноатомного идеального газа, полученное газом тепло и его температура изменяются так, как показано на рисунке (R – молярная газовая постоянная). Найти отношение максимального объема газа к минимальному.

Ответ: Отношение максимального объема газа к минимальному равно $3/2$.

Решение: Из приведенного в условии задачи графика находим, что теплоемкость газа на участке нагревания от 200 К до 300 К равна $3R/2$, на участке нагревания от 300 К до 400 К равна $5R/2$, на следующем участке опять $3R/2$ и на последнем участке $5R/2$. Отсюда заключаем, что процесс представляет собой чередующиеся изохорные и изобарные участки. Изобразим процесс на плоскости p, V (см. рис.). Объем газа максимален на участке 3-4 и минимален в конечной точке 5. Учитывая постоянство давления на участке 4-5, находим искомое отношение $V_4/V_5 = 3/2$.

4. (10 баллов) В термодинамике часто рассматривается процесс расширения газа в пустоту. В этом процессе газ, занимавший первоначально часть объема теплоизолированного сосуда и отделенный перегородкой от остальной части, где создан высокий вакуум, после устранения перегородки занимает весь объем. Установившаяся в сосуде температура газа оказывается ниже первоначальной. Объясните причину понижения температуры. Заметим, что в модели идеального газа понижение температуры объяснить невозможно.

Ответ: Температура понижается из-за того, что часть кинетической энергии теплового движения молекул газа идет на увеличение потенциальной энергии их притяжения.

Решение: Внутреннюю энергию газа U можно представить как сумму кинетической энергии теплового движения молекул U_k и потенциальной энергии их взаимного притяжения U_p : $U = U_k + U_p$. Поскольку над газом не совершают работу и не подводят к нему тепло, внутренняя энергия газа, согласно первому принципу термодинамики, не меняется при расширении, т.е. $U = \text{const}$. В результате расширения газа среднее расстояние между молекулами возрастает, и, следовательно, возрастает потенциальная энергия U_p . Это происходит за счет уменьшения U_k .

