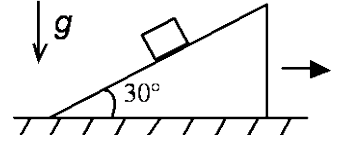


**ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2015-2016**  
**Физика, финальный тур. Время на выполнение – 180 минут.**

**ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ**

**11 класс**

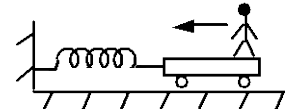
1. (25 баллов) На горизонтальном столе находится клин с углом  $30^\circ$  при основании, на наклонной грани которого лежит груз массы  $m$ . Коэффициент трения между грузом и клином равен 0,8. После того, как клин привели в ускоренное движение вдоль стола (см. рис.), груз стал двигаться в направлении, перпендикулярном наклонной грани клина. С какой силой клин давит на груз (10 баллов)? Чему равно ускорение клина (15 баллов)? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



**Ответ:** Клина давит на груз с силой  $(5/8)mg$ . Ускорение клина равно  $(\sqrt{3} - 5/4)g$ .

**Решение:** Записывая второй закон Ньютона для груза в проекции на ось, параллельную наклонной грани клина, находим, что сила трения  $F_{тр}$  равна  $mg\sin 30^\circ$ . При скольжении  $F_{тр} = \mu N$ , где  $\mu$  - коэффициент трения, а  $N$  - сила нормальной реакции (в данной задаче - сила давления клина на груз). Отсюда находим, что  $N = mg\sin 30^\circ / \mu = (5/8)mg$ . Записывая второй закон Ньютона в проекции на ось, перпендикулярную наклонной грани клина, находим ускорение груза  $a = g\cos 30^\circ - g\sin 30^\circ / \mu$ . Проекция ускорения клина на эту ось равна ускорению груза (груз не отрывается от наклонной грани клина). Следовательно, ускорение клина равно  $a/\sin 30^\circ = 2a = (\sqrt{3} - 5/4)g$ .

2. (40 баллов) Человек массы  $m$  стоит на краю тележки, скрепленной со стенкой пружиной жесткости  $k$  (см. рис.). Масса тележки равна массе человека. В некоторый момент человек начинает идти по тележке к стенке с постоянной скоростью  $V$  относительно тележки. При какой длине тележки скорость человека относительно земли достигнет максимального значения (20 баллов)? Чему равна эта максимальная скорость (20 баллов)? Трением между тележкой и столом пренебречь.



**Ответ:** Длина тележки должна быть больше  $\pi V \sqrt{2m/k}$ . Максимальная скорость человека относительно земли равна  $3V/2$ .

**Решение:** Из закона сохранения импульса следует, что сразу после начала движения скорости человека и тележки относительно земли будут равны  $V/2$  и направлены в противоположные стороны: человек движется к стенке, тележка - от стенки. Выбрав направление горизонтальной оси  $x$  от стенки, а ее начало совпадающим с начальным положением левого конца тележки, запишем второй закон Ньютона в проекции на эту ось для тележки

$$ma_x = -kx + F_x$$

и для человека

$$ma_x = -F_x.$$

Здесь  $F_x$  - проекция на ось  $x$  силы, с которой человек действует на тележку,  $a_x$  - проекция ускорения тележки (и человека) на эту ось. Складывая два уравнения, получаем уравнение гармонического осциллятора

$$x'' + (k/2m)x = 0.$$

Решение данного уравнения при начальных условиях  $x(0) = 0$  и  $x'(0) = V/2$  имеет вид

$$x = \frac{V}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \sin \sqrt{\frac{k}{2m}} t.$$

Скорость тележки  $x'$  находится как производная от координаты по времени, т.е. равна

$$x' = \frac{V}{2} \cos \sqrt{\frac{k}{2m}} t.$$

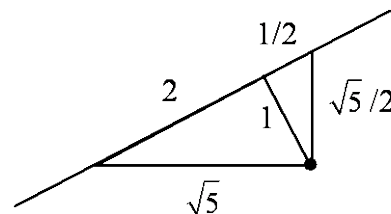
Проекция скорости человека относительно земли на выбранную ось равна  $x'(t) - V$ . Величина этой скорости имеет максимальное значение  $3V/2$ , которое достигается через полпериода после начала движе-

ния, т.е. через время  $\pi\sqrt{2m/k}$ . За это время человек пройдет по тележке расстояние  $V\pi\sqrt{2m/k}$ . Следовательно, длина тележки должна быть не меньше этого значения.

3. (20 баллов) Точечный заряд, расположенный на расстоянии 1 м от прямой, создает в ближайшей к нему точке прямой электрическое поле 10 В/м. Найти максимальное расстояние между точками на прямой, в которых заряд создает поля 8 В/м и 2 В/м (10 баллов), и угол между векторами напряженности электрического поля в этих точках (10 баллов)?

**Ответ:** Максимальное расстояние равно 2,5 м. Угол равен  $90^\circ$ .

**Решение:** Из закона Кулона находим расстояния от заряда до заданных точек на прямой (см. рисунок, где расстояния показаны в метрах). Расстояние между точками равно 2,5 м. Нетрудно убедиться, что  $(2,5)^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5}/2)^2$ , т.е. расстояния удовлетворяют теореме Пифагора. Значит, угол между векторами напряженности равен  $90^\circ$ .



4. (15 баллов) Полярные молекулы, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают, моделируют электрическим диполем. Известно, что напряженность электрического поля, создаваемого диполем, спадает с расстоянием  $r$  как  $1/r^3$ . При попадании в поле такого диполя молекулы, у которой центры положительных и отрицательных зарядов совпадают (неполярная молекула), происходит ее поляризация – молекула сама становится диполем, причем смещение центров положительных и отрицательных зарядов в молекуле пропорционально действующему на нее полю полярной молекулы. Как зависит от расстояния сила взаимодействия полярной и неполярной молекул?

**Ответ:** Сила спадает с расстоянием как  $1/r^7$ .

**Решение:** Сила  $F$ , действующая на индуцированный диполь со стороны полярной молекулы, равна разности сил притяжения и отталкивания, действующих со стороны полярной молекулы на положительный ( $q$ ) и отрицательный ( $-q$ ) заряды индуцированного диполя, т.е.  $F = qE_+ - qE_- = q(E_+ - E_-)$ , где  $E_+$  и  $E_-$  – значения напряженности поля полярной молекулы в точках, где расположены центры соответственно положительного и отрицательного зарядов. Разность  $E_+ - E_-$  в силу малости расстояния  $l$  между центрами зарядов можно представить в виде

$$E_+ - E_- = \frac{dE}{dr} l.$$

Поскольку  $E \sim 1/r^3$ ,  $l$  также  $\sim 1/r^3$ ,  $\frac{dE}{dr} \sim 1/r^4$ , то  $F \sim 1/r^7$ .