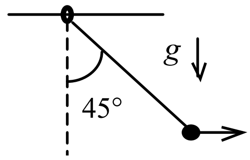
ОЛИМПИАДА "БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ" 2015-2016

Физика, I тур, вариант 1

РЕШЕНИЯ

11 класс



1. (40 баллов) Идеальная нить соединяет шарик и кольцо, которое может скользить без трения по неподвижной горизонтальной спице. Массы шарика и кольца равны. К шарику приложена направленная вдоль спицы сила (см. рисунок). С каким ускорением движутся шарик и кольцо, если нить отклонена от вертикали на угол 45°? Ускорение свободного падения g считать известным.

Ответ: Шарик и кольцо движутся с ускорением g.

Решение: Пусть m – масса каждого из тел, a – их ускорение и T – сила натяжения нити. Запишем второй закон Ньютона для кольца в проекции на горизонтальное направление $ma = T\sin 45°$ и условие баланса действующих на шарик сил в проекции на вертикаль $mg = T\cos 45°$. Исключая из этих уравнений силу T, находим, что ускорение тел равно g.

2. (30 баллов) Расстояние между центрами непроводящей сферы радиуса R и кольца того же радиуса равно $2R$. На сфере равномерно распределен заряд q, на кольце - заряд $-q$. Плоскость кольца перпендикулярна прямой, соединяющей центры кольца и сферы. Найти разность потенциалов между центрами кольца и сферы.

Ответ: Потенциал в центре сферы превышает потенциал в центре кольца на величину $\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\frac{kq}{R}$, где $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$ и ε_0 – электрическая постоянная.

Решение: Найдем вначале потенциал в центре сферы (приняв его за нуль в бесконечно удаленной точке) с помощью принципа суперпозиции. Распределенные по сфере заряды удалены от ее центра на одинаковое расстояние R, поэтому в результате суммирования их вкладов в потенциал в центре сферы получим kq/R. Заряды, распределенные по кольцу, также равноудалены от центра сферы, но на другое расстояние $\sqrt{5}R$. Суммирование их вкладов дает $-kq/(\sqrt{5}\,R)$. Складывая вклады сферы и кольца, находим, что потенциал в центре сферы равен $kq/R(1 - 1/\sqrt{5})$. Чтобы найти потенциал в центре кольца, учтем, что поле вне заряженной сферы совпадает с полем точечного заряда, помещенного в ее центр. Следовательно, заряженная сфера создает в центре кольца потенциал $kq/(2R)$. Потенциал в центре кольца, создаваемый зарядами на кольце, находится по принципу суперпозиции и равен $-kq/R$. В итоге, для потенциала в центре кольца получаем значение $-kq/(2R)$. Окончательно, для искомой разности потенциалов получаем значение $\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\frac{kq}{R}$.

3. (30 баллов) На движущейся со скоростью V тележке находится груз, прикрепленный к ней пружиной и совершающий гармонические колебания в направлении, перпендикулярном к скорости тележки. На каждом периоде колебаний общее время, в течение которого скорость груза относительно земли превышает $3V$, равно половине периода. Найти максимальную скорость груза относительно тележки.

Ответ: Максимальная скорость груза относительно тележки равна $4V$.

Решение: Скорость груза относительно земли равна векторной сумме скорости тележки и скорости груза относительно тележки. Из-за взаимной перпендикулярности складываемых скоростей величину скорости груза U относительно земли можно выразить по теореме Пифагора: $U^2 = V^2 + U_\perp^2$, где $U_\perp$ - скорость груза относительно тележки. Чтобы выполнялось условие $U > 3V$, необходимо выполнение неравенства $U_\perp > 2\sqrt{2}V$. Записывая колебания скорости груза относительно тележки, например, в виде $U_\perp = U_{\max}\sin(2\pi t/T)$, где T – период колебаний, последнее неравенство можно представить в виде $U_{\max}\,|\sin(2\pi t/T)| > 2\sqrt{2}V$. По условию данное неравенство должно выполняться в течение половины периода, т.е. в пределах временных интервалов, где $|\sin(2\pi t/T)| > 1/\sqrt{2}$. Значение $U_{\max}$ находим для границ этих интервалов, где $|\sin(2\pi t/T)| = 1/\sqrt{2}$ и $U_{\max}\,|\sin(2\pi t/T)| = 2\sqrt{2}V$, т.е. $U_{\max} = 4V$.