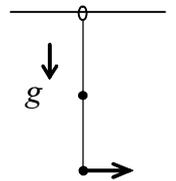


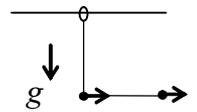
11 класс

1. (30 баллов) Два груза одинаковой массы прикреплены к концу и середине идеальной нити длины L . Нить привязана к невесомому кольцу, которое может скользить без трения по неподвижной горизонтальной спице. В начальном положении система неподвижна, нить вертикальна (см. рисунок). Какую скорость вдоль спицы необходимо сообщить нижнему грузу, чтобы оба груза оказались на одной высоте (15 баллов)? Какую скорость вдоль спицы следует сообщить верхнему грузу, чтобы оба груза оказались на одной высоте из того же начального положения (15 баллов)?



Решение:

Пока нижний груз не поднялся на высоту $L/2$, часть нити, связывающая кольцо и верхний груз, все время остается вертикальной (иначе кольцо получит бесконечное ускорение), следовательно, верхний груз перемещается только по горизонтали. При сообщении нижнему грузу скорости V_0 , минимально необходимой для подъема на $L/2$, вертикальная скорость этого груза в момент достижения им верхней точки обращается в нуль. Горизонтальные же скорости обоих грузов в этот момент одинаковы (из-за нерастяжимости нити) и равны $V_0/2$ (из условия сохранения горизонтальной проекции импульса), см. рисунок. Записывая закон сохранения механической энергии в виде

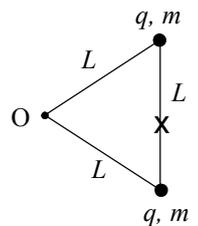


$$\frac{mV_0^2}{2} = 2 \frac{mV_0^2}{8} + mg \frac{L}{2},$$

находим $V_0 = \sqrt{2gL}$. Ясно, что грузы окажутся на одной высоте и при начальной скорости нижнего груза, большей $\sqrt{2gL}$.

Случай, когда скорость сообщают верхнему грузу, сведется к разобранным выше, если перейти в инерциальную систему отсчета, движущуюся вдоль спицы с искомой начальной скоростью верхнего груза. Таким образом, в этом случае справедлив приведенный выше ответ.

2. (25 баллов) Две частицы равной массы m с одинаковым электрическим зарядом q находятся в вершинах правильного треугольника. Равновесие частиц обеспечивается тем, что они связаны друг с другом и с закрепленной точкой O идеальными непроводящими нитями длины L каждая (см. рисунок). Какую скорость приобретут частицы в момент, когда после пережигания соединяющей частицы нити они ока-



жутся на одной прямой с закрепленной точкой O (10 баллов)? Какой будет скорость частиц после их разлета на бесконечность, если в указанный момент пережечь обе оставшиеся нити (15 баллов)? Гравитационным взаимодействием частиц с Землей и между собой пренебречь.

Решение:

Из соображений симметрии ясно, что в момент, когда заряды и точка O оказываются на одной прямой, скорости зарядов одинаковы. Обозначив скорость заряда через V , запишем закон сохранения энергии в виде

$$2 \frac{mV^2}{2} + \frac{kq^2}{2L} = \frac{kq^2}{L},$$

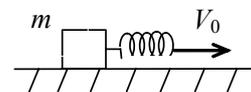
где $k = (4\pi\epsilon_0)^{-1}$. Отсюда находим

$$V = q \sqrt{\frac{k}{2mL}}.$$

После разлета на бесконечность скорости зарядов также будут одинаковыми. Записывая закон сохранения энергии еще раз, находим скорость заряда после разлета

$$V = q \sqrt{\frac{k}{mL}}.$$

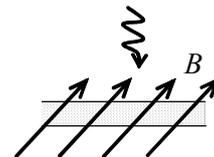
3. (30 баллов) Брусок массы m , лежащий на гладком горизонтальном столе, скреплен с легкой пружиной. Свободный конец пружины начали перемещать в горизонтальном направлении со скоростью V_0 (см. рисунок). Какую максимальную кинетическую энергию приобретет брусок в ходе движения?



Решение:

Перейдем в инерциальную систему отсчета, движущуюся с постоянной скоростью V_0 в том же направлении, что и свободный конец пружины. В этой системе отсчета свободный конец пружины неподвижен, а брусок, получив в начальный момент скорость V_0 в обратном направлении, будет совершать гармонические колебания. Через полпериода колебаний скорость бруска снова примет значение V_0 , но ее направление будет совпадать с направлением движения подвижной системы отсчета. В этот момент скорость груза относительно неподвижной системы отсчета будет максимальной и равной $2V_0$. Таким образом, максимальная кинетическая энергия бруска равна $2mV_0^2$.

4. (15 баллов) Слой плазмы (ионизованного газа) помещен в очень сильное магнитное поле B , ориентированное под углом к плоскости слоя (см. рисунок). На слой перпендикулярно ему падает плоская электромагнитная волна. В одном случае вектор электрического поля падающей волны колеблется в плоскости чертежа, а в другом – перпендикулярно этой плоскости. В каком из этих случаев волна пройдет сквозь слой без отражения?



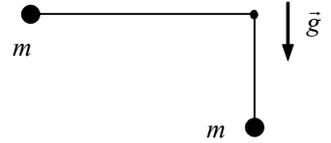
Решение:

Без отражения через слой пройдет та волна, у которой вектор электрического поля колеблется **перпендикулярно чертежу**. Заряженные частицы плазмы не будут смещаться под действием поля такого направления – сила Лоренца со стороны сильного магнитного поля препятствует движению зарядов поперек магнитного поля. В итоге, волна не «почувствует» наличия плазмы.

В случае волны с направлением электрического поля в плоскости чертежа заряды в слое будут смещаться вдоль магнитного поля (под действием проекции электрического поля волны на направление поля B). Такая волна будет частично отражаться.

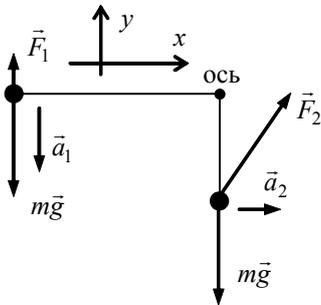
11 класс

1. (30 баллов) Два груза одинаковой массы m закреплены на концах легкого стержня, согнутого под прямым углом; стороны угла отличаются по длине в 2 раза (см. рисунок). Через вершину угла перпендикулярно плоскости чертежа проходит горизонтальная ось вращения. Стержень удерживают в положении, указанном на рисунке, а затем отпускают. Определите силу, с которой стержень действует на ось вращения сразу после освобождения.



Решение:

Сразу после освобождения скорости шариков близки к нулю и поэтому ускорения шариков являются тангенциальными. Первый шарик (тот, что находился на уровне оси) после освобождения движется по окружности вдвое большего радиуса, чем второй, и поэтому в любой момент его скорость, а значит и тангенциальное ускорение, в два раза больше соответствующих величин для другого шарика.



Таким образом, в начальный момент в два раза отличаются и полные ускорения:

$$a_1 = 2a_2.$$

Расставляя силы, действующие на шарики (см. рис.), и записывая в проекциях на оси x, y второй закон Ньютона для каждого из шариков, получим ещё три уравнения:

$$ma_1 = mg - F_1,$$

$$ma_2 = F_{2x},$$

$$0 = F_{2y} - mg.$$

Пятое уравнение получается из условия невесомости стержня. Поскольку масса стержня равна нулю, к нему нельзя приложить вращательный момент конечной величины. Поэтому

$$F_{2x} = 2F_1.$$

Из записанной системы уравнений находим

$$F_1 = mg/5, \quad F_{2x} = 2mg/5, \quad F_{2y} = mg.$$

Результирующая сила F_0 , действующая на стержень со стороны шариков, равна

$$F_0 = \sqrt{\left(\frac{2}{5}mg\right)^2 + \left(\frac{6}{5}mg\right)^2} = 2mg\sqrt{\frac{2}{5}}.$$

Поскольку стержень невесом, то с такой же силой и стержень действует на ось.

2. (25 баллов) Два шарика с одинаковыми массами и равными электрическими зарядами находятся в поле тяжести на одной вертикали на расстоянии h друг от друга. Нижний шарик закреплен, а верхний после освобождения начинает падать. На расстоянии $h/2$ от закрепленного шарика скорость падающего обращается в нуль. Найти начальное ускорение (сразу после освобождения) и максимальную скорость падающего шарика. Ускорение свободного падения g .

Решение:

Приравняем энергии шариков в начальном положении (когда они на расстоянии h друг от друга) и в момент остановки верхнего (когда шарики на расстоянии $h/2$):

$$mg\frac{h}{2} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 h} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 h}.$$

Отсюда находим, что

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 h^2} = \frac{1}{2} mg,$$

и, следовательно, начальное ускорение падающего шарика равно $g/2$. Скорость шарика достигает максимального значения в точке, где ускорение шарика обращается в нуль (электрическая сила отталкивания уравновешивает силу тяжести). Связывая законом сохранения энергии это положение с начальным, находим, что максимальная скорость равна $\sqrt{(3-2\sqrt{2})gh}$.

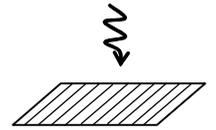
3. (30 баллов) Груз массы m , находящийся на гладком горизонтальном столе, прикреплен к стенке пружиной жесткости k и совершает колебания с амплитудой A_0 . В момент, когда пружина максимально растянута, включается на $1/2$ периода постоянная сила F_0 , приложенная к телу и направленная к стенке. Чему будет равна максимальная скорость груза после выключения силы F_0 ? Чему будет равна максимальная скорость груза после пяти таких включений и выключений силы F_0 ?

Решение:

Включение на полпериода постоянной силы F_0 смещает положение равновесия на F_0/k , поэтому точка остановки груза после первого включения силы отстоит от его положения при недеформированной пружине на $A_0 + 2F_0/k$. Это и будет амплитудой колебаний после действия силы F_0 . Максимальная скорость груза, которая достигается при прохождении положения равновесия, будет

$$\text{равна } \sqrt{\frac{k}{m} \left(A_0 + 2 \frac{F_0}{k} \right)}.$$

4. (15 баллов) На прямоугольную рамку натянули провода параллельно двум ее сторонам (см. рисунок). На рамку перпендикулярно ее плоскости падает линейно поляризованная электромагнитная волна. В одном случае вектор электрического поля падающей волны колеблется параллельно проводам, а в другом – перпендикулярно к ним. В каком из этих случаев волна отразится сильнее?



Решение:

Сильнее отразится волна, в которой вектор электрического поля колеблется параллельно проводам. В этом случае в проводах наводятся токи, которые приводят к переизлучению электромагнитной энергии в обратном направлении.