

9 класс

- 9.1. Внутри прямоугольника $ABCD$ отметили точку M и на отрезках AM , BM , CM и DM построили как на диаметрах четыре круга. Пусть S_A, S_B, S_C, S_D – соответственно, площади этих кругов. Докажите, что $S_A + S_C = S_B + S_D$.
- 9.2. Имеется пять палочек, длина каждой больше 2 см, но меньше 8 см. Докажите, что можно взять три палочки из этих пяти и сложить из них треугольник.
- 9.3. Дан треугольник ABC с медианой BM . На медиане отметили произвольную точку P и через P провели прямую, параллельную AB , а через точку C провели прямую, параллельную BM . Эти прямые пересеклись в точке Q . Докажите, что отрезок BP делится пополам в точке пересечения с прямой AQ .
- 9.4. Сколько существует трехзначных натуральных чисел n , для которых число $n^3 - n^2$ является точным квадратом?

9 класс

- 9.1. а)** Докажите, что для любого числа $d > 0$ существует прямоугольный треугольник, у которого больший катет отличается по длине и от меньшего катета и от гипотенузы на d . **б)** Докажите, что радиус вписанной окружности такого треугольника равен d .
- 9.2.** На ребрах куба в некотором порядке расставили числа $1, 2, \dots, 12$ и для каждой грани подсчитали сумму четырех чисел на ее ребрах. Докажите, что есть грань, для которой эта сумма больше 25.
- 9.3.** Дан прямоугольный треугольник, у которого высота, опущенная на гипотенузу, в 4 раза меньше гипотенузы. Найдите острые углы этого треугольника.
- 9.4.** Существует ли такое натуральное n , что число $n^2 + 6n + 2019$ делится на 100?