

Математическая олимпиада
«Будущие исследователи – будущее науки»
1 тур. 10.11.2018
9 класс

- 9.1** Средний возраст учительского коллектива школы, состоящего из 20 учителей, равнялся 49 годам. Когда в школу пришел еще один учитель, средний возраст стал равен 48 годам. Сколько лет новому учителю?
- 9.2** Дан треугольник, у которого все стороны меньше единицы. Докажите, что существует содержащий его равнобедренный треугольник, все стороны которого также меньше единицы.
- 9.3** Можно ли переставить цифры в 30-значном числе $11\dots122\dots233\dots3$ (в котором 10 единиц, 10 двоек и 10 троек) так, чтобы получился квадрат натурального числа?
- 9.4** Докажите, что если площадь выпуклого четырехугольника равна произведению его средних линий, то его диагонали равны между собой (средняя линия – это отрезок, соединяющий середины противоположных сторон).

1 тур. 11.11.2018
9 класс

- 9.1** Докажите, что при всех натуральных n число $n^3 + 6n^2 + 12n + 7$ является составным.
- 9.2** Докажите неравенство $|a + 1| \leq a^2 - a + 2$.
- 9.3** На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC отмечены соответственно точки C_1 , A_1 и B_1 такие, что C_1 – середина AB и $\angle B_1C_1A_1 = \angle C$, $\angle C_1A_1B_1 = \angle A$, $\angle A_1B_1C_1 = \angle B$. Обязательно ли точки A_1 и B_1 тоже являются серединами соответствующих сторон?
- 9.4 а)** Даны натуральные числа a и b , такие, что $3a + b$ и $3b + a$ дают одинаковые остатки при делении на 10. Верно ли, что сами числа a и b дают одинаковые остатки при делении на 10? **б)** Верно ли, что натуральные числа a , b и c дают одинаковые остатки при делении на 10, если три числа $2a + b$, $2b + c$ и $2c + a$ дают одинаковые остатки при делении на 10?