

Математическая олимпиада
«Будущие исследователи – будущее науки»
Финальный тур. 2019

7 класс

- 7.1. Дан квадрат и прямоугольник. Большая сторона прямоугольника на 11% больше стороны квадрата, а меньшая сторона – на 10% меньше стороны квадрата. **а)** Больше или меньше площадь прямоугольника по сравнению с площадью квадрата, и на сколько процентов? **б)** Ответьте на те же вопросы относительно периметров прямоугольника и квадрата.
- 7.2. Агент 007 хочет зашифровать свой номер с помощью двух натуральных чисел m и n так, чтобы $0,07 = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$. Сможет ли он это сделать?
- 7.3. На острове, где живут рыцари и лжецы, несколько (больше двух) человек, собрались за круглым столом. Известно, что за столом были и рыцари и лжецы, и каждый сказал такую фразу: «Только один из двух моих соседей рыцарь». Кого за столом больше: рыцарей или лжецов, и во сколько раз? (Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут; и все знают, кто есть кто).
- 7.4. На доске было записано 10 чисел. За одну операцию разрешается стереть с доски любые два числа a, b , а вместо них записать $a + 2b$ и $b + 2a$. Может ли получиться так, что в результате нескольких операций все числа на доске окажутся одинаковыми, если вначале были записаны **а)** числа 1, 2, ..., 10; **б)** произвольные 10 различных чисел (не обязательно целых)?
- 7.5. **а)** Можно ли клетчатый квадрат 7×7 с вырезанной центральной клеткой разрезать на доминошки (прямоугольники 2×1) так, чтобы число горизонтальных и вертикальных доминошек было одинаковым? **б)** Тот же вопрос для квадрата 7×7 с вырезанной угловой клеткой.