

10 класс

10.1. Даны три положительных числа, не обязательно различных. Известно, что если из произведения любых двух из них вычесть третье, то получится одно и то же число a . Докажите, что $a \geq -\frac{1}{4}$.

10.2. Решите уравнение $4x = 2 + \frac{x}{\sqrt{1+x+1}}$.

10.3. Дана прямая на плоскости и на ней отмечено несколько (больше двух) точек. Докажите, что можно отметить еще одну точку на плоскости (вне данной прямой) так, чтобы среди всех треугольников с отмеченными вершинами было больше половины остроугольных.

10.4. Петя говорит Васе: «Я построил ⁴неравнобедренный треугольник ABC и провел биссектрисы AM и CN . Оказалось, что $OM = ON$, где O – точка пересечения биссектрис. Сможешь ли ты определить, чему равен угол B ?» Вася отвечает: «Да такого не может быть, чтобы в неравнобедренном треугольнике отрезки OM и ON оказались равными!». Кто из мальчиков прав?

10.5. Найдите все пары натуральных чисел m, n , для которых $n!+4! = m^2$ (где $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$).