

Межрегиональная олимпиада школьников  
«Будущие исследователи – будущее науки»  
Финальный тур 9.03.2014

7 класс

- 7.1. Колонна автомобилей движется по шоссе со скоростью 80 км/ч и дистанцией 10 м между автомобилями. Проезжая знак ограничения скорости, все автомобили снижают скорость до 60 км/ч. С какой дистанцией будет двигаться колонна после знака?
- 7.2. В 7а классе 33 ученика. В начале учебного года в классе организовали два кружка. По школьным правилам кружок можно организовать, если в него записалось не менее 70% всех учеников класса. Каково может быть наименьшее число учеников, записавшихся в оба кружка одновременно?
- 7.3. В трехзначном числе зачеркнули первую цифру и получили двузначное. Если поделить исходное число на полученное, то частное равно 8, а остаток 6. Найдите исходное число.
- 7.4. Найдите наименьшее натуральное число с суммой цифр 2014.
- 7.5. Имеется 200 спичек. Сколько есть способов составить, используя все спички, квадрат и (отдельно) равносторонний треугольник? (Разные способы отличаются размерами квадрата и треугольника).

8 класс

- 8.1. В 8а классе 33 ученика. В начале учебного года в классе организовали два кружка. По школьным правилам кружок можно организовать, если в него записалось не менее 70% всех учеников класса. Каково может быть наименьшее число учеников, записавшихся в оба кружка одновременно?
- 8.2. Дано натуральное число  $n$ . Обозначим  $N = n^4 - 90n^2 - 91n - 90$ . Докажите, что при  $n > 10$   
а)  $N$  – составное натуральное число; б)  $N$  можно представить в виде произведения трех натуральных сомножителей, больших единицы.
- 8.3. В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $AM$  и медиана  $BN$  пересекаются в точке  $O$ . Оказалось, что площади треугольников  $ABM$  и  $MNC$  равны. Найдите  $\angle MON$ .
- 8.4. Натуральные числа  $m$  и  $n$  таковы, что  $m \cdot n$  делится на  $m+n$ . Можно ли утверждать, что  $m$  делится на  $n$ , если известно, что а)  $n$  – простое число? б)  $n$  – произведение двух различных простых чисел?
- 8.5. 10 девочек и 10 мальчиков встали в ряд так, что девочки и мальчики чередуются, а именно слева направо стоят: девочка-мальчик-девочка-мальчик и т.д. Каждую минуту в одной (любой) паре соседей «девочка-мальчик» дети могут поменяться местами, при условии, что девочка стоит слева от мальчика. Может ли такой «обменный процесс» продолжаться больше часа?

9 класс

- 9.1. Какое из чисел больше:  $\sqrt{100^2 - 99} + \sqrt{99^2 - 100}$  или  $\sqrt{100^2 - 100} + \sqrt{99^2 - 99}$  ?
- 9.2. Дано натуральное число  $n$ . Обозначим  $N = n^4 - 90n^2 - 91n - 90$ . Докажите, что при  $n > 10$   
а)  $N$  – составное натуральное число; б)  $N$  можно представить в виде произведения трех натуральных сомножителей, больших единицы.
- 9.3. Натуральные числа  $m$  и  $n$  таковы, что  $m \cdot n$  делится на  $m + n$ . Можно ли утверждать, что  $m$  делится на  $n$ , если известно, что а)  $n$  – простое число? б)  $n$  – произведение двух различных простых чисел?
- 9.4. Дан пятиугольник со сторонами (в некотором порядке) 1; 2; 5; 6; 7. Докажите, что в этот пятиугольник нельзя вписать окружность.
- 9.5. 10 девочек и 10 мальчиков встали в ряд так, что девочки и мальчики чередуются, а именно слева направо стоят: девочка-мальчик-девочка-мальчик и т.д. Каждую минуту в одной (любой) паре соседей «девочка-мальчик» дети могут поменяться местами, при условии, что девочка стоит слева от мальчика. Может ли такой «обменный процесс» продолжаться больше часа?