Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» 2011/2012
Математика. **Финальный тур**

I вариант

8 класс

8.1. Биссектриса угла ABC составляет с его сторонами угол, который в три раза меньше, чем смежный к углу ABC. Найдите величину угла ABC.

8.2. Является ли данное число N простым или составным, если:
а) $N = 2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014 + 1$; б) $N = 2012 \cdot 2013 \cdot 2014 \cdot 2015 + 1$?

8.3. Натуральное число назовем любопытным, если после вычитания из него суммы его цифр получится число, состоящее из одинаковых цифр. Сколько всего существует: а) трехзначных любопытных чисел?; б) четырехзначных любопытных чисел?

8.4. Найдите натуральное число x, удовлетворяющее уравнению
$$x^3 = 2011^2 + 2011 \cdot 2012 + 2012^2 + 2011^3.$$

8.5. В компании собралось 11 человек. Оказалось, что каждый дружит не менее, чем с шестью присутствующими. Докажите, что в этой компании найдутся три друга (каждый дружит с двумя остальными).

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» 2011/2012
Математика. **Финальный тур**

II вариант

7-8 классы

1. В четырехзначном числе зачеркнули первую цифру. Получили трехзначное число. При делении исходного числа на полученное частное равно 3, а остаток равен 8. Найти исходное число.
2. Дан равнобедренный треугольник ***ABC (AB=BC).*** На стороне ***BC*** взяты точки ***K*** и ***N*** (***K*** лежит между ***B*** и ***N***). Эти точки соединены отрезками с вершиной ***A.*** Оказалось, что ***KN=AN*** и $\angle$***BAK*** = $\angle$***NAC***. Доказать, что углы при основании треугольника ***ABC*** больше 60^{o}.
3. а) Сколько существует восьмизначных чисел, которые составлены из цифр 7 и 8 и делятся на 9? б) Сколько существует семизначных чисел, которые составлены из цифр 7 и 8 и делятся на 9?
4. В математической олимпиаде приняли участие ученики 8-11 классов; всего участвовало 145 человек. В каждой из четырех параллелей было предложено по пять задач. Каждая задача оценивалась целым числом баллов, максимальная оценка за задачу – 7 баллов. Доказать, что хотя бы в одной из параллелей найдутся два ученика, набравшие одинаковую сумму баллов.
5. Существует ли выпуклый 27-угольник, у которого все углы различны и выражаются целым числом градусов?