# Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» 2011/2012
## Математика. **Финальный тур**

**I вариант**

**7 класс**

**7.1**. Дано число $N = 2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014 + 1$. Каким является это число: простым или составным?

**7.2**. Биссектриса угла $ABC$ составляет с его сторонами угол, который в три раза меньше, чем смежный к углу $ABC$. Найдите величину угла $ABC$.

**7.3**. Натуральное число назовем любопытным, если после вычитания из него суммы его цифр получится число, состоящее из одинаковых цифр. Сколько всего существует трехзначных любопытных чисел?

**7.4**. Имеется набор, состоящий из $n$ гирек весом 1, 2,…, $n$ (граммов). Можно ли все гирьки разложить на две кучи, равные по весу, если: а) $n = 30$, б) $n = 31$.

**7.5**. В компании собралось 11 человек. Оказалось, что каждый дружит не менее, чем с шестью присутствующими. Докажите, что в этой компании найдутся три друга (каждый дружит с двумя остальными).

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» 2011/2012
Математика. **Финальный тур**

**II вариант**

## 7-8 классы

1. В четырехзначном числе зачеркнули первую цифру. Получили трехзначное число. При делении исходного числа на полученное частное равно 3, а остаток равен 8. Найти исходное число.
2. Дан равнобедренный треугольник $ABC$ $(AB=BC)$. На стороне $BC$ взяты точки $K$ и $N$ ( $K$ лежит между $B$ и $N$). Эти точки соединены отрезками с вершиной $A$. Оказалось, что $KN=AN$ и $\angle BAK = \angle NAC$. Доказать, что углы при основании треугольника $ABC$ больше $60^{\circ}$.
3. а) Сколько существует восьмизначных чисел, которые составлены из цифр 7 и 8 и делятся на 9? б) Сколько существует семизначных чисел, которые составлены из цифр 7 и 8 и делятся на 9?
4. В математической олимпиаде приняли участие ученики 8-11 классов; всего участвовало 145 человек. В каждой из четырех параллелей было предложено по пять задач. Каждая задача оценивалась целым числом баллов, максимальная оценка за задачу – 7 баллов. Доказать, что хотя бы в одной из параллелей найдутся два ученика, набравшие одинаковую сумму баллов.
5. Существует ли выпуклый 27-угольник, у которого все углы различны и выражаются целым числом градусов?