

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» 2009/2010.  
Математика. Заочный тур.

**Задания для 9 и 10 классов**

1. Решите уравнение  $x^4 + 4 + 3x(x^2 - 2x + 2) = 0$ .
2. Существуют ли иррациональные числа  $x, y$  такие, что
  - а) числа  $(x^3 - x^2y + xy^2 - 1)$  и  $(x^2 - xy + y^2)$  рациональные?
  - б) числа  $(x^3 - 3x^2y + xy^2 - 3)$  и  $(x^2 - 3xy + y^2)$  рациональные?
3. Вершины правильного 99-угольника раскрашены в некотором порядке в два цвета: 25 вершин -- в красный цвет, остальные -- в синий. Докажите, что найдутся четыре вершины подряд, среди которых две красные и две синие.
4. Докажите, что существует 2010 точных квадратов (т.е. квадратов натуральных чисел), которые отличаются друг от друга только порядком цифр в десятичной записи.
5. Дан  $\triangle ABC$ . На стороне  $BC$  взята такая точка  $M$ , что  $\angle BAM = \angle BCA$ . Докажите, что центр описанной около треугольника  $ABC$  окружности лежит на прямой, проходящей через точку  $B$  перпендикулярно к  $AM$ .