

Олимпиада школьников Ломоносов–2020  
по механике и математическому моделированию

Вариант 201

1. Товарный поезд длиной 300 м движется со скоростью 72 км/ч в направлении нерегулируемого переезда. По перпендикулярному к железной дороге прямолинейному шоссе с постоянной скоростью  $V$  к переезду движется автомобиль. Когда головной вагон поезда находился на расстоянии 600 м от переезда, автомобилю до переезда оставалось проехать 700 м. А) При каких значениях  $V$  автомобиль не столкнется с поездом? Б) Каково будет минимальное расстояние в метрах между автомобилем и ближайшей к нему точкой поезда, если автомобиль будет двигаться со скоростью 36 км/ч? Округлите ответ до ближайшего целого значения.

2. Расстояния от лежащих в горизонтальной плоскости трех точек до основания телевизионной башни равны 800 м, 700 м и 500 м соответственно. Из каждой из этих трех точек башня видна (от основания до верхушки) под некоторым углом, при этом сумма этих трех углов равна  $90^\circ$ . А) Найдите высоту телевизионной башни (в метрах). Б) Округлите ответ до ближайшего целого числа метров.

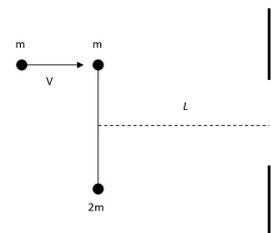
3. Белый медведь вышел из точки А, прошел 3 км на север, потом 3 км на восток, потом 3 км на юг и оказался снова в точке А. Другой белый медведь вышел из точки Б, прошел 5 км на север, потом 5 км на запад, потом 5 км на юг и оказался снова в точке Б.

Найдите максимально возможное расстояние между точками А и Б, если допустить, что Земля имеет форму шара радиусом 6370 км и что описанные события произошли севернее экватора. Укажите как точное значение этого расстояния, так и его приближенное значение с точностью до 0,1 км.

4. С одним молем идеального одноатомного газа осуществляется замкнутый цикл, в котором:  
1-2 — процесс расширения газа с квадратичной зависимостью температуры от объема  $T = \gamma V^2$ ,  
2-3 — изохора, при этом температура уменьшается в  $n$  раз,  
3-1 — изобара, при этом объем уменьшается в  $n$  раз.  
Определите КПД цикла, если  $n = 3$ .

5. На плоскости  $Oxy$  красным цветом нарисована кривая  $y = x^4 + 2020$ . В этой же плоскости движется 2020 желтых частиц с номерами 1, 2, ..., 2019, 2020 соответственно. Траекторией движения частицы с номером  $n$  является кривая  $y = 2n^2 - 71 - 61n + (n + 92)x^2$ . Если какая-то частица пересекает красную линию (или касается ее) только в таких точках, абсциссы которых являются последовательными членами некоторой арифметической прогрессии (содержащей не менее трех членов), то она перекрашивается в красный цвет. Укажите номера всех красных частиц.

6. Гантель длины  $2l$  с точечными массами  $m$  и  $2m$  на концах лежит на гладком льду параллельно линии ворот (см. рисунок). Расстояние от гантели до линии ворот равно  $L$ , ширина ворот  $d = \sqrt{3}l$ . На точечную массу  $m$  налетает маленькая шайба такой же массы  $m$ , двигающаяся со скоростью  $V$  перпендикулярно гантели. Удар шайбы и точечной массы абсолютно неупругий. Вкатится ли гантель в ворота, не задев ни одной штанги? Трением между гантелью и льдом пренебречь. Стержень, соединяющий точечные массы, жесткий и невесомый. Числовые данные:  $l = 1$  м,  $m = 100$  г,  $V = 10$  м/с.



Олимпиада школьников Ломоносов–2020  
по механике и математическому моделированию

Вариант 202

1. Товарный поезд длиной 200 м движется со скоростью 60 км/ч в направлении нерегулируемого переезда. По перпендикулярному к железной дороге прямолинейному шоссе с постоянной скоростью  $V$  к переезду движется автомобиль. Когда головной вагон поезда находился на расстоянии 400 м от переезда, автомобилю до переезда оставалось проехать 600 м. А) При каких значениях  $V$  автомобиль не столкнется с поездом? Б) Каково будет минимальное расстояние в метрах между автомобилем и ближайшей к нему точкой поезда, если автомобиль будет двигаться со скоростью 120 км/ч? Округлите ответ до ближайшего целого значения.

2. Расстояния от лежащих в горизонтальной плоскости трех точек до основания телевизионной башни равны 200 м, 250 м и 350 м соответственно. Из каждой из этих трех точек башня видна (от основания до верхушки) под некоторым углом, при этом сумма этих трех углов равна  $90^\circ$ . А) Найдите высоту телевизионной башни (в метрах). Б) Округлите ответ до ближайшего целого числа метров.

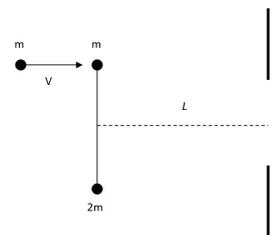
3. Белый медведь вышел из точки А, прошел 2 км на север, потом 2 км на восток, потом 2 км на юг и оказался снова в точке А. Другой белый медведь вышел из точки Б, прошел 3 км на север, потом 3 км на запад, потом 3 км на юг и оказался снова в точке Б.

Найдите максимально возможное расстояние между точками А и Б, если допустить, что Земля имеет форму шара радиусом 6370 км и что описанные события произошли севернее экватора. Укажите как точное значение этого расстояния, так и его приближенное значение с точностью до 0,1 км.

4. С одним молем идеального одноатомного газа осуществляется замкнутый цикл, в котором:  
1-2 — процесс расширения газа с квадратичной зависимостью температуры от объема  $T = \gamma V^2$ ,  
2-3 — изохора, при этом температура уменьшается в  $n$  раз,  
3-1 — изобара, при этом объем уменьшается в  $n$  раз.  
Определите КПД цикла, если  $n = 1,5$ .

5. На плоскости  $Oxy$  чёрным цветом нарисована кривая  $y = 2020 - x^4$ . В этой же плоскости движется 2020 желтых частиц с номерами 1, 2, ..., 2019, 2020 соответственно. Траекторией движения частицы с номером  $n$  является кривая  $y = 73n - 2n^2 + 3910 - (n + 89)x^2$ . Если какая-то частица пересекает чёрную линию (или касается ее) только в таких точках, абсциссы которых являются последовательными членами некоторой арифметической прогрессии (содержащей не менее трех членов), то она перекрашивается в черный цвет. Укажите номера всех черных частиц.

6. Гантель длины  $2l$  с точечными массами  $m$  и  $2m$  на концах лежит на гладком льду параллельно линии ворот (см. рисунок). Расстояние от гантели до линии ворот равно  $L$ , ширина ворот  $d = \sqrt{3}l$ . На точечную массу  $m$  налетает маленькая шайба такой же массы  $m$ , двигающаяся со скоростью  $V$  перпендикулярно гантели. Удар шайбы и точечной массы абсолютно неупругий. Вкатится ли гантель в ворота, не задев ни одной штанги? Трением между гантелью и льдом пренебречь. Стержень, соединяющий точечные массы, жесткий и невесомый. Числовые данные:  $l = 1$  м,  $m = 200$  г,  $V = 20$  м/с.



Олимпиада школьников Ломоносов–2020  
по механике и математическому моделированию

Вариант 203

1. Товарный поезд длиной 150 м движется со скоростью 90 км/ч в направлении нерегулируемого переезда. По перпендикулярному к железной дороге прямолинейному шоссе с постоянной скоростью  $V$  к переезду движется автомобиль. Когда головной вагон поезда находился на расстоянии 750 м от переезда, автомобилю до переезда оставалось проехать 500 м. А) При каких значениях  $V$  автомобиль не столкнется с поездом? Б) Каково будет минимальное расстояние в метрах между автомобилем и ближайшей к нему точкой поезда, если автомобиль будет двигаться со скоростью 45 км/ч? Округлите ответ до ближайшего целого значения.

2. Расстояния от лежащих в горизонтальной плоскости трех точек до основания телевизионной башни равны 200 м, 300 м и 700 м соответственно. Из каждой из этих трех точек башня видна (от основания до верхушки) под некоторым углом, при этом сумма этих трех углов равна  $90^\circ$ . А) Найдите высоту телевизионной башни (в метрах). Б) Округлите ответ до ближайшего целого числа метров.

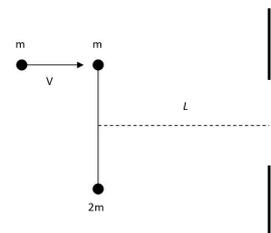
3. Белый медведь вышел из точки А, прошел 5 км на север, потом 5 км на восток, потом 5 км на юг и оказался снова в точке А. Другой белый медведь вышел из точки Б, прошел 2 км на север, потом 2 км на запад, потом 2 км на юг и оказался снова в точке Б.

Найдите максимально возможное расстояние между точками А и Б, если допустить, что Земля имеет форму шара радиусом 6370 км и что описанные события произошли севернее экватора. Укажите как точное значение этого расстояния, так и его приближенное значение с точностью до 0,1 км.

4. С одним молем идеального одноатомного газа осуществляется замкнутый цикл, в котором:  
1-2 — процесс расширения газа с квадратичной зависимостью температуры от объема  $T = \gamma V^2$ ,  
2-3 — изохора, при этом температура уменьшается в  $n$  раз,  
3-1 — изобара, при этом объем уменьшается в  $n$  раз.  
Определите КПД цикла, если  $n = 2$ .

5. На плоскости красным цветом нарисована кривая  $y = x^4 + 2020$ . В этой же плоскости движется 2020 желтых частиц с номерами 1, 2, ..., 2019, 2020 соответственно. Траекторией движения частицы с номером  $n$  является кривая  $y = 2n^2 - 458 - 25n + (n + 101)x^2$ . Если какая-то частица пересекает красную линию (или касается ее) только в таких точках, абсциссы которых являются последовательными членами некоторой арифметической прогрессии (содержащей не менее трех членов), то она перекрашивается в красный цвет. Укажите номера всех красных частиц.

6. Гантель длины  $2l$  с точечными массами  $m$  и  $2m$  на концах лежит на гладком льду параллельно линии ворот (см. рисунок). Расстояние от гантели до линии ворот равно  $L$ , ширина ворот  $d = \sqrt{3}l$ . На точечную массу  $m$  налетает маленькая шайба такой же массы  $m$ , двигающаяся со скоростью  $V$  перпендикулярно гантели. Удар шайбы и точечной массы абсолютно неупругий. Вкатится ли гантель в ворота, не задев ни одной штанги? Трением между гантелью и льдом пренебречь. Стержень, соединяющий точечные массы, жесткий и невесомый. Числовые данные:  $l = 1$  м,  $m = 100$  г,  $V = 10$  м/с.



Олимпиада школьников Ломоносов–2020  
по механике и математическому моделированию

Вариант 204

1. Товарный поезд длиной 300 м движется со скоростью 70 км/ч в направлении нерегулируемого переезда. По перпендикулярному к железной дороге прямолинейному шоссе с постоянной скоростью  $V$  к переезду движется автомобиль. Когда головной вагон поезда находился на расстоянии 400 м от переезда, автомобилю до переезда оставалось проехать 600 м. А) При каких значениях  $V$  автомобиль не столкнется с поездом? Б) Каково будет минимальное расстояние в метрах между автомобилем и ближайшей к нему точкой поезда, если автомобиль будет двигаться со скоростью 140 км/ч? Округлите ответ до ближайшего целого значения.

2. Расстояния от лежащих в горизонтальной плоскости трех точек до основания телевизионной башни равны 700 м, 500 м и 400 м соответственно. Из каждой из этих трех точек башня видна (от основания до верхушки) под некоторым углом, при этом сумма этих трех углов равна  $90^\circ$ . А) Найдите высоту телевизионной башни (в метрах). Б) Округлите ответ до ближайшего целого числа метров.

3. Белый медведь вышел из точки А, прошел 5 км на север, потом 5 км на восток, потом 5 км на юг и оказался снова в точке А. Другой белый медведь вышел из точки Б, прошел 4 км на север, потом 4 км на запад, потом 4 км на юг и оказался снова в точке Б.

Найдите максимально возможное расстояние между точками А и Б, если допустить, что Земля имеет форму шара радиусом 6370 км и что описанные события произошли севернее экватора. Укажите как точное значение этого расстояния, так и его приближенное значение с точностью до 0,1 км.

4. С одним моле идеального одноатомного газа осуществляется замкнутый цикл, в котором:  
1-2 — процесс расширения газа с квадратичной зависимостью температуры от объема  $T = \gamma V^2$ ,  
2-3 — изохора, при этом температура уменьшается в  $n$  раз,  
3-1 — изобара, при этом объем уменьшается в  $n$  раз.  
Определите КПД цикла, если  $n = 2, 5$ .

5. На плоскости  $Oxy$  чёрным цветом нарисована кривая  $y = 2020 - x^4$ . В этой же плоскости движется 2020 желтых частицы с номерами 1, 2, ..., 2019, 2020 соответственно. Траекторией движения частицы с номером  $n$  является кривая  $y = 97n - 2n^2 + 3400 - (n + 83)x^2$ . Если какая-то частица пересекает чёрную линию (или касается ее) только в таких точках, абсциссы которых являются последовательными членами некоторой арифметической прогрессии (содержащей не менее трех членов), то она перекрашивается в чёрный цвет. Укажите номера всех черных частиц.

6. Гантель длины  $2l$  с точечными массами  $m$  и  $2m$  на концах лежит на гладком льду параллельно линии ворот (см. рисунок). Расстояние от гантели до линии ворот равно  $L$ , ширина ворот  $d = \sqrt{3}l$ . На точечную массу  $m$  налетает маленькая шайба такой же массы  $m$ , двигающаяся со скоростью  $V$  перпендикулярно гантели. Удар шайбы и точечной массы абсолютно неупругий. Вкатится ли гантель в ворота, не задев ни одной штанги? Трением между гантелью и льдом пренебречь. Стержень, соединяющий точечные массы, жесткий и невесомый. Числовые данные:  $l = 1$  м,  $m = 200$  г,  $V = 20$  м/с.

