

Решения задач

При вычислениях считать ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Задача 1 (разминочная) оценивается в 4 балла, задачи 2 – 13 оцениваются в 8 баллов каждая. Таким образом, максимально возможная сумма равна $4 + 8 \times 12 = 100$ баллов.

1. 1. Автомобиль с грузом ехал из одного города в другой со скоростью 60 км/ч, а возвращался порожняком со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем маршруте. Ответ дайте в километрах в час, при необходимости округлив его до ближайшего целого.

{72}

Решение. Средняя скорость получится, если весь пройденный путь поделить на

$$\text{все время: } \frac{2S}{\frac{S}{V_1} + \frac{S}{V_2}} = \frac{2V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 90}{60 + 90} = 72 \text{ (км/ч)}.$$

1. 2. Автомобиль с грузом ехал из одного города в другой со скоростью 60 км/ч, а возвращался порожняком со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем маршруте. Ответ дайте в километрах в час, при необходимости округлив его до ближайшего целого.

{75}

1. 3. Автомобиль с грузом ехал из одного города в другой со скоростью 80 км/ч, а возвращался порожняком со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем маршруте. Ответ дайте в километрах в час, при необходимости округлив его до ближайшего целого.

{96}

1. 4. Автомобиль с грузом ехал из одного города в другой со скоростью 40 км/ч, а возвращался порожняком со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем маршруте. Ответ дайте в километрах в час, при необходимости округлив его до ближайшего целого.

{48}

2.1. Металлическая гиря имеет массу 20 кг и является сплавом четырех металлов. Первого металла в этом сплаве в полтора раза больше, чем второго, масса второго металла относится к массе третьего как 3 : 4, а масса третьего к массе четвертого – как 5 : 6. Определите массу четвертого металла. Ответ дайте в килограммах, при необходимости округлив его до сотых.

{5.89}

Решение. Массы относятся как 45:30:40:48. Суммарно = 163х. Поэтому $x = 20/163$.

Масса четвертого металла в 48 раз больше.

2.2. Металлическая гиря имеет массу 25 кг и является сплавом четырех металлов. Первого металла в этом сплаве в полтора раза больше, чем второго, масса второго металла относится к массе третьего как 3 : 4, а масса третьего к массе четвертого – как 5 : 6. Определите массу четвертого металла. Ответ дайте в килограммах, при необходимости округлив его до сотых.

{7.36}

2.3. Металлическая гиря имеет массу 35 кг и является сплавом четырех металлов. Первого металла в этом сплаве в полтора раза больше, чем второго, масса второго металла относится к массе третьего как 3 : 4, а масса третьего к массе четвертого – как 5 : 6. Определите массу четвертого металла. Ответ дайте в килограммах, при необходимости округлив его до сотых.

{10.31}

2.4. Металлическая гиря имеет массу 20 кг и является сплавом четырех металлов.

Первого металла в этом сплаве в полтора раза больше, чем второго, масса второго металла относится к массе третьего как 3 : 4, а масса третьего к массе четвертого – как 5 : 6. Определите массу третьего металла. Ответ дайте в килограммах, при необходимости округлив его до сотых.

{4.91}

2.5. Металлическая гиря имеет массу 25 кг и является сплавом четырех металлов.

Первого металла в этом сплаве в полтора раза больше, чем второго, масса второго металла относится к массе третьего как 3 : 4, а масса третьего к массе четвертого – как 5 : 6. Определите массу третьего металла. Ответ дайте в килограммах, при необходимости округлив его до сотых.

{6.13}

2.6. Металлическая гиря имеет массу 35 кг и является сплавом четырех металлов.

Первого металла в этом сплаве в полтора раза больше, чем второго, масса второго металла относится к массе третьего как 3 : 4, а масса третьего к массе четвертого – как 5 : 6. Определите массу третьего металла. Ответ дайте в килограммах, при необходимости округлив его до сотых.

{8.59}

3.1. Гаврила находится в кабине лифта, который движется вниз с замедлением 5

м/с^2 . Найдите силу, с которой Гаврила давит на пол. Масса Гаврилы равна 70 кг, ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 . Ответ дайте в ньютонах, округлив его при необходимости до ближайшего целого.

{1050}

4.1. Из городов A и B , расстояние между которыми 240 км, одновременно

навстречу друг другу выехали два автомобиля со скоростями 60 км/ч и 80

км/ч. На каком расстоянии от находящегося на полпути между A и B пункта C встретятся автомобили? Ответ дайте в километрах, при необходимости округлив его до сотых.

{17.14}

Решение. Время до встречи = $240/(60 + 80) = 12/7$ часа. За это время первый автомобиль проедет $60 \cdot 12/7 = 720/7$ км. Искомое расстояние = $120 - 60 \cdot 12/7 = 120 \cdot (1 - 6/7) = 120/7 \approx 17,1428\dots$ (км).

4.2. Из городов A и B , расстояние между которыми 220 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч. На каком расстоянии от находящегося на полпути между A и B пункта C встретятся автомобили? Ответ дайте в километрах, при необходимости округлив его до сотых.

{15.71}

4.3. Из городов A и B , расстояние между которыми 250 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля со скоростями 50 км/ч и 90 км/ч. На каком расстоянии от находящегося на полпути между A и B пункта C встретятся автомобили? Ответ дайте в километрах, при необходимости округлив его до сотых.

{35.71}

4.4. Из городов A и B , расстояние между которыми 240 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля со скоростями 50 км/ч и 90 км/ч. На каком расстоянии от находящегося на полпути между A и B пункта C встретятся автомобили? Ответ дайте в километрах, при необходимости округлив его до сотых.

{34.29}

4.5. Из городов A и B , расстояние между которыми 235 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля со скоростями 70 км/ч и 90

км/ч. На каком расстоянии от находящегося на полпути между A и B пункта C встретятся автомобили? Ответ дайте в километрах, при необходимости округлив его до сотых.

{14.69}

4.6. Из городов A и B , расстояние между которыми 245 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля со скоростями 70 км/ч и 90 км/ч. На каком расстоянии от находящегося на полпути между A и B пункта C встретятся автомобили? Ответ дайте в километрах, при необходимости округлив его до сотых.

{15.31}

5.1. Через невесомый блок перекинута веревка с грузами 3 кг и 6 кг. Пренебрегая трением, найдите давление блока на ось. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 . Ответ дайте в ньютонах, округлив его при необходимости до ближайшего целого.

{80}

5.2. Тело массой 1 кг поместили на наклонной плоскости с углом наклона 30° и коэффициентом трения 0,6. Найдите силу трения между телом и наклонной плоскостью. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 . Ответ дайте в ньютонах, округлив его при необходимости до ближайшего целого.

{5}

6.1. Автомобиль новой модели на одном литре бензина проходит на 4,2 километра больше, чем автомобиль старой модели. При этом расход бензина на 100 км у него на 2 литра меньше. Сколько литров бензина на 100 км расходует новый автомобиль? Ответ при необходимости округлите до сотых.

{5.97}

Решение. Расход нового автомобиля равен x литров, расход старого равен $x + 2$

литра. Уравнение: $\frac{100}{x} - \frac{100}{x+2} = 4,2 \Leftrightarrow \frac{100(x+2-x)}{x(x+2)} = \frac{42}{10}$

$$\Leftrightarrow 21x^2 + 42x - 1000 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{\frac{1021}{21}}. \text{ Положительный корень}$$

приблизительно равен 5,97 (л).

6.2. Автомобиль новой модели на одном литре бензина проходит на 4,2 километра больше, чем автомобиль старой модели. При этом расход бензина на 100 км у него на 2 литра меньше. Сколько литров бензина на 100 км расходовал автомобиль старой модели? Ответ при необходимости округлите до сотых. {7.97}.

6.3. Автомобиль новой модели на одном литре бензина проходит на 4,4 километра больше, чем автомобиль старой модели. При этом расход бензина на 100 км у него на 2 литра меньше. Сколько литров бензина на 100 км расходует новый автомобиль? Ответ при необходимости округлите до сотых. {5.82}.

6.4. Автомобиль новой модели на одном литре бензина проходит на 4,4 километра больше, чем автомобиль старой модели. При этом расход бензина на 100 км у него на 2 литра меньше. Сколько литров бензина на 100 км расходовал автомобиль старой модели? Ответ при необходимости округлите до сотых. {7.82}.

7.1. Школьник массой 70 кг, стоящий на гладком льду, бросает камень массой 1 кг в горизонтальном направлении с высоты 2 м. Камень падает на лед на расстоянии 10 м от места бросания. Какую работу совершил школьник при броске? Считать ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в Джоулях, при необходимости округлив до сотых.

{126.79}

Решение. Начальная скорость камня: $V_{\kappa} = L \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}}$, начальная скорость школьника

(закон сохранения импульса): $V_{ш} = \frac{m}{M} \cdot V_{\kappa}$. Тогда работа школьника по

бросанию камня равна суммарной кинетической энергии:

$$A = \frac{mV_{\kappa}^2}{2} + \frac{MV_{ш}^2}{2} = \frac{mV_{\kappa}^2(M+m)}{2M} = \frac{mgL^2(M+m)}{4Mh}.$$

7.2. Школьник массой 70 кг, стоящий на гладком льду, бросает камень массой 2 кг в горизонтальном направлении с высоты 2 м. Камень падает на лед на расстоянии 6 м от места бросания. Какую работу совершил школьник при броске? Считать ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в Джоулях, при необходимости округлив до сотых.

{92.57}

7.3. Школьник массой 60 кг, стоящий на гладком льду, бросает камень массой 1 кг в горизонтальном направлении с высоты 2 м. Камень падает на лед на расстоянии 8 м от места бросания. Какую работу совершил школьник при броске? Считать ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в Джоулях, при необходимости округлив до сотых.

{81.33}

7.4. Школьник массой 60 кг, стоящий на гладком льду, бросает камень массой 2 кг в горизонтальном направлении с высоты 2 м. Камень падает на лед на расстоянии 6 м от места бросания. Какую работу совершил школьник при броске? Считать ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в Джоулях, при необходимости округлив до сотых.

{126.58}

8.1. Два школьника – Гаврила и Глафира – 1 ноября 2019 года ровно в полдень поставили точно свои часы (у обоих школьников стандартные часы, стрелки которых делают полный оборот за 12 часов). Известно, что часы Глафиры спешат на 36 секунд в сутки, а часы Гаврилы отстают на 18 секунд в сутки. Через сколько суток их часы вновь одновременно покажут точное время? Ответ дайте в виде целого числа, при необходимости округлив его.

{2400}

8.2. Два школьника – Гаврила и Глафира – 1 ноября 2019 года ровно в полдень поставили точно свои часы (у обоих школьников стандартные часы, стрелки которых делают полный оборот за 12 часов). Известно, что часы Глафиры спешат на 12 секунд в сутки, а часы Гаврилы отстают на 18 секунд в сутки. Через сколько суток их часы вновь одновременно покажут точное время? Ответ дайте в виде целого числа, при необходимости округлив его.

{7200}

9.1. Железнодорожный состав длиной 180 м, двигаясь по инерции, въезжает на горку с углом наклона 30° и останавливается, когда на горке находится ровно половина состава. Какова была начальная скорость состава? Трение не учитывать. Ответ дайте в метрах в секунду, при необходимости округлив до ближайшего целого числа.

{15}

10.1. В поле стоят два дерева: осина – высотой 20 метров, и береза – высотой 30 метров. Расстояние между деревьями – 50 метров. На верхушке каждого дерева сидит ворона. Найдите для сыра такое место на земле, чтобы сумма двух расстояний, которые вороны пролетают от места их дислокации до сыра, была минимальной. Чему равна эта сумма (в метрах)? Ответ при необходимости округлите до сотых.

{70,71}

Решение. Расположить «камень» под землей на расстоянии 30 м симметрично второй вороне. Искомое суммарное расстояние для двух ворон равно длине двухзвенной ломаной, связывающей первую ворону и этот «камень» с сыром. Кратчайшее расстояние – прямая. Получается точка, расположенная от первого дерева на расстоянии 20 метров. Длина этого кратчайшего пути:
 $20\sqrt{2} + 30\sqrt{2} = 50\sqrt{2} \approx 70,71$ (м).

10.2. В поле стоят два дерева: осина – высотой 10 метров, и береза – высотой 15 метров. Расстояние между деревьями – 25 метров. На верхушке каждого дерева сидит ворона. Найдите для сыра такое место на земле, чтобы сумма двух расстояний, которые вороны пролетают от места их дислокации до сыра, была минимальной. Чему равна эта сумма (в метрах)? Ответ при необходимости округлите до сотых.

{35,36}

11.1. В бассейн глубиной 3 м и площадью поверхности воды 200 кв. м бросили кристаллик соли (молярная масса соли 58 г/моль) массой 0,0002 г. Сколько молекул соли окажется в организме пловца, если он случайно сделает глоток воды объемом 3 куб. см? Считайте, что соль, растворившись в воде, равномерно распределится по объему воды в бассейне. Получившийся результат округлите до ближайшего значения 10^N и запишите в ответ целое число N .

{10}.

12.1. Два мотоциклиста движутся по прямолинейным трассам (каждый по своей) с постоянными скоростями. В 11:14 расстояние между ними было 40 км, в 11:46 – 30 км, в 12:10 – 30 км. Определите величину относительной скорости

одного мотоциклиста относительно другого (в километрах в час). Ответ дайте в виде целого числа, при необходимости округлив его.

{38}

Решение. Решаем задачу в системе координат, связанной с первым мотоциклистом. Обозначим его A . Положения второго мотоциклиста: в первый момент времени – B ; во второй момент – C ; в третий – D . Тогда $AB = 40$, $AC = 30$, $AD = 30$.

Так как $BC : CD = \frac{46 - 14}{70 - 46} = \frac{32}{24} = 4 : 3 = AB : AD$, то AC – биссектриса $\triangle ABD$. По

формуле длины биссектрисы $30^2 = 40 \cdot 30 - 4x \cdot 3x$ (здесь $BC = 4x$; $CD = 3x$).

Поэтому $x = 5$, $CD = 15$ км. Т. к. расстояние CD проходится за 24 минуты, то

искомая относительная скорость равна $\frac{15 \cdot 60}{24} = \frac{75}{2} = 37,5$ км/ч.

12.2. Два мотоциклиста движутся по прямолинейным трассам (каждый по своей) с постоянными скоростями. В 10:24 расстояние между ними было 40 км, в 10:56 – 30 км, в 11:20 – 30 км. Определите величину относительной скорости одного мотоциклиста относительно другого (в километрах в час). Ответ дайте в виде целого числа, при необходимости округлив его.

{38}

12.3. Два мотоциклиста движутся по прямолинейным трассам (каждый по своей) с постоянными скоростями. В 13:14 расстояние между ними было 20 км, в 13:46 – 15 км, в 14:10 – 15 км. Определите величину относительной скорости одного мотоциклиста относительно другого (в километрах в час). Ответ дайте в виде целого числа, при необходимости округлив его.

{19}

12.4. Два мотоциклиста движутся по прямолинейным трассам (каждый по своей) с постоянными скоростями. В 14:34 расстояние между ними было 20 км, в 15:06 – 15 км, в 15:30 – 15 км. Определите величину относительной скорости

одного мотоциклиста относительно другого (в километрах в час). Ответ дайте в виде целого числа, при необходимости округлив его.

{19}

13.1. Одноатомный газ при нормальных условиях ($P_0 = 10^5$ Па, $t = 0^\circ\text{C}$) имеет плотность $1,41$ кг/м³. Найдите его удельную теплоемкость при постоянном объеме. Ответ дайте в кДж/кг · град, при необходимости округлив его до сотых.

{0,39}

13.2. Определите плотность смеси, состоящей из 4 г водорода и 32 г кислорода при температуре 7°C и давлении 93 кПа. Ответ дайте в единицах международной системы единиц, при необходимости округлив его до одного знака после запятой.

{0,5}