Решение.

0. Из закона сохранения массы получим $\rho_w V_w = 1 \Rightarrow \rho_i V_i = 1 \Rightarrow V_i = \frac{1}{\rho_i} = \frac{1}{917} = 0,0010905...$ м$^3 \approx 1,09$

Ответ: $1,09$

1. Бесконечная убывающая геометрическая прогрессия с первым членом 30 и знаменателем $\frac{4}{5} \Rightarrow S = \frac{30}{1-\frac{4}{5}} = \frac{30}{\frac{1}{5}} = 150$

Ответ: 150

2. Пусть m и a — количество учеников младших классов и их средний рост соответственно, а n и b — количество учеников остальных классов и их средний рост. Тогда средний рост учеников школы равен $\frac{am+bn}{m+n}$

По условию: $a = \alpha b$, $\alpha = \left(1 - \frac{25}{100}\right) = \frac{3}{4}$, $a = \beta\frac{am+bn}{m+n}$,$\beta = \left(1 - \frac{15}{100}\right) = \frac{19}{20}$

Поэтому $\alpha b = \beta\frac{\alpha bm+bn}{m+n} \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{\beta-\alpha}{\alpha\beta-\alpha} = \frac{8}{9} \approx 0,89$

Ответ: 0,89

3.В первом случае брусок соскальзывает со скоростью $V_1 = 10$ м/с. При этом из закона сохранения энергии: $mgh = \frac{mV_1^2}{2}$. Во втором случае: $mgh = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{mU^2}{2}$.

Пусть w — скорость бруска относительно клина, она направлена под углом α к горизонту. По закону сложения скоростей горизонтальная компонента скорости равна $W\cos\alpha - U$ (скорость клина U направлена противоположно направлению соскальзывания), и из закона сохранения импульса в проекции на горизонталь имеем $MU = m(W\cos\alpha - U)$.

По закону сложения скоростей и теореме косинусов имеем $V_2^2 = W^2 + U^2 - 2UW\cos\alpha$.

Из этих четырех уравнений относительно четырех неизвестных (h, m/M, U, W) получим биквадратное уравнение относительно U:

$$U^4\sin^2\alpha + U^2\left[2V_1^2\sin^2\alpha - V_2^2(1+\sin^2\alpha)\right] + (V_1^2 - V_2^2)^2 = 0$$

откуда получается два возможных значения U.

Ответ: 14.06 или 2.70

4. Если обозначить через n количество автобусов и через k количество рейсов каждого из них, то можно подсчитать число встреч (например, по графику, иллюстрирующему движение автобусов). Получается, что каждые два автобуса встречаются $2k-1$ раз: один раз в течение первого рейса автобуса, вышедшего раньше, и по два раза в течение каждого из остальных рейсов. Поэтому всего встреч $\frac{n(n-1)}{2}(2k-1) = 300/2$ (число встреч делим пополам, так как каждая из них посчитана дважды). В итоге: $n(n-1)(2k-1) = 300$, то есть надо разложить число 300 на три множителя, один из которых на 1 меньше другого, а третий нечетный. Есть два варианта: $300 = 4\times3\times25$ и $300 = 5\times4\times15$, откуда следует, что $n=4$, $k=13$ или $n=5$, $k=8$, но в первом случае количество рейсов превышает 10, что противоречит условию. Значит, было 5 автобусов, каждый из них совершил по 8 рейсов, то есть всего рейсов 40.

Ответ: 40

5. Определим уравнение процесса. Так как поршень легкий, сила упругости пружины в каждый момент времени равна силе давления газа:

$$kx = p(x)S$$

где x — длина цилиндра, занятая газом, по условию она равна сжатию пружины, k – коэффициент жесткости пружины, S — площадь основания цилиндра. Умножив на S обе части равенства, получим

$$p = \alpha V, \quad \alpha = \text{const}.$$

Найдем теплоемкость газа в таком процессе:

$$c = \frac{dQ}{dT}$$

Пусть объем газа V изменился на малую величну dV. Тогда давление изменилось от p на $dp = \alpha dV$, внутренняя энергия на

$$dU = \frac{3}{2}((p + dp)(V + dV) - pV) = \frac{3}{2}(pdV + Vdp) = 3\alpha V dV$$

При этом изменение температуры составит $dT = \frac{2}{3}\frac{dU}{\nu R} = \frac{2\alpha V dv}{\nu R}$.
Газ совершит работу $dA = pdV = \alpha V dV$.
Тепло, подведенное в систему, равно

$$dQ = dU + dA = 4\alpha V dV,$$

а теплоемкость

$$c = \frac{dQ}{dT} = 2\nu R.$$

Для того, чтобы найти удельную теплоемкость необходимо разделить полученную теплоемкость всего газа на его массу $\nu\mu$, где μ — молярная масса газа.

Ответ: $2R/\mu = 4155$ Дж/(кг К).