



МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

*олимпиады школьников
«ЛОМОНОСОВ»
по механике и математическому
моделированию*

2015/2016 учебный год

7 – 8 классы. Решения задач

1. Автомобиль двигался со скоростью V . При въезде в город водитель уменьшил скорость на $x\%$, а при выезде из города увеличил её на $0,5x\%$. Оказалось, что эта новая скорость на $0,6x\%$ меньше скорости V . Найдите величину x .

Ответ: 20. **Решение.** Условие задачи означает, что выполнено уравнение

$$V\left(1 - \frac{x}{100}\right)\left(1 + \frac{0,5x}{100}\right) = V\left(1 - \frac{0,6x}{100}\right) \Leftrightarrow \left(1 - \frac{x}{100}\right)\left(1 + \frac{x}{200}\right) = 1 - \frac{3x}{500} \Leftrightarrow \frac{x^2}{20000} = \frac{3x}{500} - \frac{x}{200} \\ \Leftrightarrow x = 0; x = 20. \text{ Значение } x = 0 \text{ противоречит условию. Значит, } x = 20.$$

2. Бочка высотой 1,5 метра полностью заполнена водой и закрыта крышкой. Масса воды в бочке - 1000 кг. В крышку бочки вставлена вертикально длинная тонкая трубка сечением 1 см^2 , которую полностью заполняют водой. Найдите длину трубки, если известно, что после её наполнения давление на дно бочки увеличилось в 2 раза. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 .

Ответ: 1,5 м. **Решение.** Для решения задачи нужно знать только, как меняется давления с глубиной: $p = \rho gh$. Из этого соотношения следует, что для увеличения давления в два раза необходимо в два раза увеличить высоту столба жидкости. Это значит, что трубка должна быть такой же высоты, как и бочка – 1,5 м.

3. Поле Чудес в Стране Дураков имеет форму прямоугольника со сторонами 6 км и 2,5 км. Мальвина и Буратино одновременно начали двигаться навстречу друг другу из двух его несмежных вершин по диагонали со скоростями 4 км/час и 6 км/час соответственно. В этот же момент пудель Артемон помчался со скоростью 12 км/час от Мальвины к Буратино, затем, добежав до него, мгновенно развернулся и побежал к Мальвине, и так далее. Какое расстояние пробежит Артемон, пока сказочные герои не встретятся?

Ответ: 7,8 км. **Решение.** Диагональ прямоугольника равна $\sqrt{6^2 + 2,5^2} = \sqrt{36 + \frac{25}{4}}$
 $= \sqrt{\frac{169}{4}} = \frac{13}{2}$ (км). Поэтому встреча Мальвины и Буратино произойдёт через $\frac{13}{2} : (4 + 6)$
 $= \frac{13}{2 \cdot 10} = \frac{13}{20}$ (час). Всё это время пудель Артемон бегал со скоростью 12 км/час. Значит, он пробежал путь $\frac{13}{20} \cdot 12 = \frac{78}{10}$ (км).

4. Туристы из США, приезжая в Европу, для перевода температуры в градусах Цельсия C в привычные для них градусы Фаренгейта F нередко используют приближённую формулу перевода: $F = 2C + 30$. Укажите диапазон температур (в градусах Цельсия), при которых отклонение температуры в градусах Фаренгейта, полученной по указанной приближённой формуле, от температуры, полученной по точной формуле, не превышает 5%. Для получения точной формулы следует знать, что вода замерзает при $32F$, а кипит при $212F$.

Ответ: $1\frac{11}{29} \leq C \leq 32\frac{8}{11}$. **Решение.** Обе шкалы температур равномерны, поэтому они связа-

ны линейным законом: $F = kC + b$. Из условия определяются константы a и b . Получается точная

формула: $F = \frac{9}{5}C + 32$.

Отклонение температур, посчитанных по двум формулам, равно: $\frac{(2C + 30) - \left(\frac{9}{5}C + 32\right)}{\frac{9}{5}C + 32}$

$= \frac{C - 10}{9C + 160}$. По условию: $-\frac{5}{100} \leq \frac{C - 10}{9C + 160} \leq \frac{5}{100}$. Отсюда: $\frac{40}{29} \leq C \leq \frac{360}{11}$. Это означает, что в диа-

пазоне температур примерно от 1 до 33 градусов Цельсия использование приближённой формулы вполне оправдано (ведь делать перевод градусов по ней гораздо удобнее, чем по точной формуле).

5. В два самовара – большой и маленький – налили очень горячую воду одинаковой температуры. Оба самовара имеют одну и ту же форму и сделаны из одинакового материала. Какой из них раньше остынет до комнатной температуры?

Ответ: маленький. **Решение.** Если один самовар в n раз больше другого, то его объем больше в n^3 раз, а площадь поверхности больше в n^2 раз. Поэтому на единицу поверхности в большом самоваре приходится в n раз больший объем. Значит, он будет остывать медленней.