

Олимпиада школьников «Ломоносов» по механике

Вариант 111

1. Гаврила решил взвесить баскетбольный мяч, однако у него в распоряжении были только гири массой 400 г, длинная легкая линейка, на концах которой стерлись деления, карандаш и много невесомых ниток. Он подвесил к одному концу линейки мяч, а к другому — гирю, и уравновесил линейку на карандаше. Далее он прикрепил вторую гирю вместе с первой и для восстановления равновесия ему пришлось сдвинуть карандаш на 9 см. Когда к первым двум гирям была прикреплена третья, а карандаш передвинут еще на 5 см, опять возникло равновесие. Найдите массу мяча, как это сделал Гаврила.

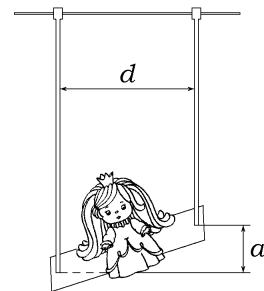
2. Крышка вертикального колодца глубиной 10 м периодически мгновенно открывается и закрывается так, что колодец находится в открытом состоянии одну секунду и в закрытом состоянии тоже одну секунду. Камень подброшен со дна колодца вертикально вверх с начальной скоростью  $V$  ровно за 0,5 секунды до очередного открытия крышки. При каких значениях начальной скорости  $V$  камень свободно вылетит из колодца и упадет обратно на крышку колодца? Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

3. При проведении циклического процесса с идеальным газом самописец выдает  $PV$  и  $VT$  диаграммы этого процесса. При передаче графических материалов в теоретический отдел были утеряны названия осей координат на этих диаграммах. Теоретики обнаружили на обеих диаграммах четырехугольники, причем одна из диагоналей одного из них оказалась параллельна координатной оси. Отдельно были записаны и переданы теоретикам максимальная и минимальная температуры, которые имел газ в течение процесса:  $t_1 = 16^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 51^\circ\text{C}$ . Ученые смогли восстановить названия осей и значения температуры газа во всех вершинах четырехугольников. Изобразите этот процесс на  $PV$  диаграмме и укажите значения температуры газа во всех вершинах.

4. Астроном обнаружил, что длины интервалов времени в годах между моментами появления кометы 2011Y в окрестности планеты 12IV1961 являются последовательными членами убывающей геометрической прогрессии. При этом три последних интервала являются корнями кубического уравнения  $t^3 - ct^2 + 350t - 1000 = 0$ , где  $c$  — некоторая константа. Какова будет продолжительность интервала до следующего появления кометы?

5. Маленький шарик массы  $m$  висит на пружине жесткости  $K$  над глубоким аквариумом, касаясь поверхности воды. Шарик толкают в сторону поверхности воды с небольшой скоростью  $v$ . Определите период колебаний шарика. Сопротивлением воды и потерями энергии при ударе пренебречь. Плотности воды и шарика равны  $\rho_0$  и  $\rho$  соответственно.

6. Младшая сестра попросила студента мехмата Гаврилу починить качели во дворе. После ремонта они стали представлять собой плоскую доску (сиденье), жестко приделанную к двум параллельным стержням, расстояние между которыми равно  $d$ . Стержни закреплены на горизонтальной оси в цилиндрическом шарнире, то есть могут вращаться относительно этой оси. Один из стержней оказался короче другого на  $a$ . При этом нормаль к сиденью лежит в одной плоскости со стержнями. Сестра посадила на качели свою любимую куклу, которая держаться за стержни не может, а удерживается на сиденье только силой сухого трения с коэффициентом  $\mu$ . На какой угол можно отклонить качели от вертикали, чтобы кукла не соскользнула с сиденья?



Олимпиада школьников «Ломоносов» по механике

Вариант 112

1. Гаврила решил взвесить футбольный мяч, однако у него в распоряжении были только гири массой 150 г, длинная легкая линейка, концах которой стерлись деления, карандаш и много невесомых ниток. Он подвесил к одному концу линейки мяч, а к другому — гирю, и уравновесил линейку на карандаше. Далее он прикрепил вторую гирю вместе с первой и для восстановления равновесия ему пришлось сдвинуть карандаш на 6 см. Когда к первым двум гирям была прикреплена третья, а карандаш передвинут еще на 4 см, опять возникло равновесие. Посчитайте массу мяча, как это сделал Гаврила.

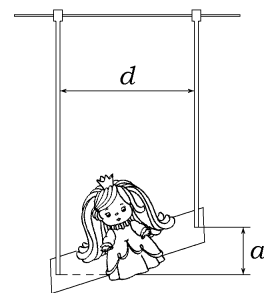
2. Крышка вертикального колодца глубиной 2,5 м периодически мгновенно открывается и закрывается так, что колодец находится в открытом состоянии 0,5 секунды и в закрытом состоянии тоже 0,5 секунды. Камень подброшен со дна колодца вертикально вверх с начальной скоростью  $V$  ровно за 0,25 секунды до очередного открытия крышки. При каких значениях начальной скорости  $V$  камень свободно вылетит из колодца и упадет обратно на крышку колодца? Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

3. При проведении циклического процесса с идеальным газом самописец выдает  $PV$  и  $PT$  диаграммы этого процесса. При передаче графических материалов в теоретический отдел были утеряны подписи осей. Теоретики обнаружили на обеих диаграммах четырехугольники, причем одна из диагоналей одного из них оказалась параллельна координатной оси. Отдельно были записаны и переданы теоретикам максимальная и минимальная температуры, которые имел газ в течение процесса:  $t_1 = 51^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 88^\circ\text{C}$ . Ученые смогли восстановить подписи осей и значения температур газа во всех вершинах четырехугольников. Изобразите этот процесс на  $PV$  диаграмме и укажите температуры газа во всех вершинах.

4. Эпидемиолог обнаружил, что интервалы между моментами возникновения эпидемий гриппа редкого вида  $H06N03$  являются последовательными членами возрастающей геометрической прогрессии. При этом три последних интервала (в годах) являются корнями кубического уравнения  $t^3 + dt^2 + 39t - 27 = 0$ , где  $d$  — некоторая константа. Какова будет продолжительность следующего интервала до возникновения эпидемии?

5. Маленький шарик массы  $m$  прикреплен к одному концу пружины жесткости  $K$ , другой конец которой закреплен на дне аквариума. В состоянии покоя он находится под водой, касаясь поверхности. Шарик толкают в сторону поверхности воды со скоростью  $v$ . Определите период колебаний шарика. Соппротивлением воды и потерями энергии при ударе пренебречь. Плотности воды и шарика равны  $\rho_0$  и  $\rho$  соответственно.

6. Младшая сестра попросила студента мехмата Гаврилу починить качели во дворе. После ремонта они стали представлять собой плоскую доску (сиденье), жестко приделанную к двум параллельным стержням, расстояние между которыми равно  $d$ . Стержни закреплены на горизонтальной оси в цилиндрическом шарнире, то есть могут вращаться относительно этой оси. Один из стержней оказался короче другого на  $a$ . При этом нормаль к сиденью лежит в одной плоскости со стержнями. Сестра посадила на качели свою любимую куклу, которая держаться за стержни не может, а удерживается на сиденье только силой сухого трения с коэффициентом  $\mu$ . На какой угол можно отклонить качели от вертикали, чтобы кукла не соскользнула с сиденья?



Олимпиада школьников «Ломоносов» по механике

Вариант 113

1. Гаврила решил взвесить баскетбольный мяч, однако у него в распоряжении были только гири массой 400 г, длинная легкая линейка, на концах которой деления стерлись, карандаш и много невесомых ниток. Он подвесил к одному концу линейки мяч, а к другому — гирю, и уравновесил линейку на карандаше. Далее он прикрепил вторую гирю вместе с первой и для восстановления равновесия ему пришлось сдвинуть карандаш на 9 см. Когда к первым двум гирям была прикреплена третья, а карандаш передвинут еще на 5 см, опять возникло равновесие. Посчитайте массу мяча, как это сделал Гаврила.

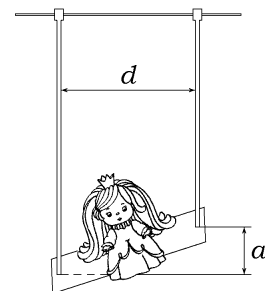
2. Крышка вертикальной шахты глубиной 40 м периодически мгновенно открывается и закрывается так, что шахта находится в открытом состоянии 2 секунды и в закрытом состоянии тоже 2 секунды. Со дна шахты вертикально вверх с начальной скоростью  $V$  ровно за 1 секунду до очередного открытия крышки стреляют из пневматического пистолета. При каких значениях начальной скорости  $V$  пуля свободно вылетит из шахты и упадет обратно на крышку? Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

3. При проведении циклического процесса с идеальным газом самописец выдает  $PV$  и  $VT$  диаграммы этого процесса. При передаче графических материалов в теоретический отдел были утеряны подписи осей. Теоретики обнаружили на обеих диаграммах четырехугольники, причем одна из диагоналей одного из них оказалась параллельна координатной оси. Отдельно были записаны и переданы теоретикам максимальная и минимальная температуры, которые имел газ в течение процесса:  $t_1 = 51^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 123^\circ\text{C}$ . Ученые смогли восстановить подписи осей и значения температур газа во всех вершинах четырехугольников. Изобразите этот процесс на  $PV$  диаграмме и укажите температуры газа во всех вершинах.

4. Астроном обнаружил, что интервалы между моментами появления кометы 2011Y в окрестности планеты 25I1755 являются последовательными членами возрастающей геометрической прогрессии. При этом три последних интервала (в годах) являются корнями кубического уравнения  $t^3 + ft^2 + 350t - 1000 = 0$ , где  $f$  — некоторая константа. Какова будет продолжительность следующего интервала до появления кометы?

5. Маленький шарик массы  $M$  висит на пружине жесткости  $k$  над глубоким аквариумом, касаясь поверхности воды. Шарик толкают в сторону поверхности воды с небольшой скоростью  $v$ . Определите период колебаний шарика. Сопротивлением воды и потерями энергии при ударе пренебречь. Плотности воды и шарика равны  $\rho_0$  и  $\rho$  соответственно.

6. Младшая сестра попросила студента мехмата Гаврилу починить качели во дворе. После ремонта они стали представлять собой плоскую доску (сиденье), жестко приделанную к двум параллельным стержням, расстояние между которыми равно  $d$ . Стержни закреплены на горизонтальной оси в цилиндрическом шарнире, то есть могут вращаться относительно этой оси. Один из стержней оказался короче другого на  $a$ . При этом нормаль к сиденью лежит в одной плоскости со стержнями. Сестра посадила на качели свою любимую куклу, которая держаться за стержни не может, а удерживается на сиденье только силой сухого трения с коэффициентом  $\mu$ . На какой угол можно отклонить качели от вертикали, чтобы кукла не соскользнула с сиденья?



Олимпиада школьников «Ломоносов» по механике

Вариант 114

1. Гаврила решил взвесить футбольный мяч, однако у него в распоряжении были только гири массой 150 г, длинная легкая линейка, на концах которой деления стерлись, карандаш и много невесомых ниток. Он подвесил к одному концу линейки мяч, а к другому — гирю, и уравновесил линейку на карандаше. Далее он прикрепил вторую гирю вместе с первой и для восстановления равновесия ему пришлось сдвинуть карандаш на 6 см. Когда к первым двум гирям была прикреплена третья, а карандаш передвинут еще на 4 см, опять возникло равновесие. Посчитайте массу мяча, как это сделал Гаврила.

2. Крышка вертикальной шахты глубиной 160 м периодически мгновенно открывается и закрывается так, что шахты находится в открытом состоянии 4 секунды и в закрытом состоянии тоже 4 секунды. Со дна шахты вертикально вверх с начальной скоростью  $V$  ровно за 2 секунды до очередного открытия крышки стреляют из пневматического пистолета. При каких значениях начальной скорости  $V$  пуля свободно вылетит из шахты и упадет обратно на крышку? Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

3. При проведении циклического процесса с идеальным газом самописец выдает  $PV$  и  $PT$  диаграммы этого процесса. При передаче графических материалов в теоретический отдел были утеряны подписи осей. Теоретики обнаружили на обеих диаграммах четырехугольники, причем одна из диагоналей одного из них оказалась параллельна координатной оси. Отдельно были записаны и переданы теоретикам максимальная и минимальная температуры, которые имел газ в течение процесса:  $t_1 = 16^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 88^\circ\text{C}$ . Ученые смогли восстановить подписи осей и значения температур газа во всех вершинах четырехугольников. Изобразите этот процесс на  $PV$  диаграмме и укажите температуры газа во всех вершинах.

4. Эпидемиолог обнаружил, что интервалы между моментами возникновения эпидемий гриппа редкого вида  $H06N03$  являются последовательными членами убывающей геометрической прогрессии. При этом три последних интервала (в годах) являются корнями кубического уравнения  $t^3 - ht^2 + 39t - 27 = 0$ , где  $h$  — некоторая константа. Какова будет продолжительность следующего интервала до возникновения эпидемии?

5. Маленький шарик массы  $M$  прикреплен к одному концу пружины жесткости  $k$ , другой конец которой закреплен на дне аквариума. В состоянии покоя он находится под водой, касаясь поверхности. Шарик толкают в сторону поверхности воды со скоростью  $v$ . Определите период колебаний шарика. Соппротивлением воды и потерями энергии при ударе пренебречь. Плотности воды и шарика равны  $\rho_0$  и  $\rho$  соответственно.

6. Младшая сестра попросила студента мехмата Гаврилу починить качели во дворе. После ремонта они стали представлять собой плоскую доску (сиденье), жестко приделанную к двум параллельным стержням, расстояние между которыми равно  $d$ . Стержни закреплены на горизонтальной оси в цилиндрическом шарнире, то есть могут вращаться относительно этой оси. Один из стержней оказался короче другого на  $a$ . При этом нормаль к сиденью лежит в одной плоскости со стержнями. Сестра посадила на качели свою любимую куклу, которая держаться за стержни не может, а удерживается на сиденье только силой сухого трения с коэффициентом  $\mu$ . На какой угол можно отклонить качели от вертикали, чтобы кукла не соскользнула с сиденья?

