

Задача 3. С каким ускорением должен двигаться мобильный робот, чтобы стержень длины L и веревка длины d , которой он привязан к роботу, составляли прямую линию? Веревка привязана к роботу на высоте h от поверхности пола.



Решение.

Стержень будет составлять одну линию с веревкой только в том случае, если он не касается пола. Тогда уравнение движения стержня имеет вид

$$ma = T \cos \alpha,$$

где m – масса стержня, a – ускорение робота и стержня, T – сила натяжения веревки, α – угол между веревкой и полом. По вертикали перемещения стержня не происходит, поэтому

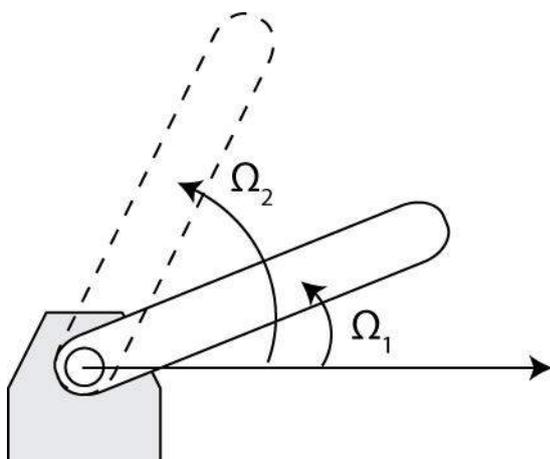
$$mg = T \sin \alpha.$$

Отсюда

$$a = g \operatorname{ctg} \alpha \geq \frac{g}{h} \sqrt{(d+L)^2 - h^2}.$$

Задача 4. Робот-манипулятор, состоящий из единственного звена и шарнира, находится в состоянии покоя при $\Omega_1 = 15^\circ$. Требуется плавно повернуть его в положение $\Omega_2 = 75^\circ$ за 3 секунды. Опишите заданное движение манипулятора в виде кубического многочлена $\Omega(t)$. При этом в конечной точке манипулятор должен остановиться.

Какое максимальное значение принимает угловая скорость вращения манипулятора?



Решение.

Пусть угол меняется по закону

$$\Omega(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0.$$

Тогда угловая скорость

$$\Omega'(t) = 3a_3 t^2 + 2a_2 t + a_1.$$

В начальный момент времени

$$\Omega(0) = a_0 = 15 [^\circ] \text{ и } \Omega'(0) = a_1 = 0 [^\circ/\text{сек}].$$

В конечной точке

$$\Omega(3) = a_3 \cdot 3^3 + a_2 \cdot 3^2 + a_1 \cdot 3 + a_0 = 75 [^\circ]$$

$$\text{и } \Omega'(3) = 3a_3 \cdot 3^2 + 2a_2 \cdot 3 + a_1 = 0 [^\circ/\text{сек}].$$

Откуда получаем

$$a_0 = 15, a_1 = 0, a_2 = 20, a_3 = -\frac{40}{9}.$$

Максимальная угловая скорость вращения манипулятора достигается при

$$\Omega''(t) = 6a_3 t + 2a_2 = 0. \text{ Точка максимума}$$

$$t_{\max} = -\frac{2a_2}{6a_3} = \frac{3}{2}. \Omega'(t_{\max}) = 30 [^\circ/\text{сек}].$$