

Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике – 2015, с решениями и указаниями

10—11 классы (2 тур)

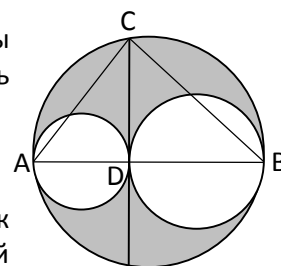
1. Может ли число 11424 быть произведением цифр некоторого числа?

Решение.

Число $11424 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 17$. Так как число 17, являющее делителем числа 11424, простое и не является цифрой, исходное число не может являться произведением цифр некоторого числа.

Ответ: нет.

2. Длина хорды, касающейся двух вписанных окружностей, центры которых лежат на одном диаметре, равна p . Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Решение.

Обозначим радиусы внутренних окружностей за r_1 и r_2 . Так как центры окружностей лежат на одном диаметре большой окружности, ее радиус равен $(r_1 + r_2)$. Таким образом, площадь заштрихованной фигуры равна

$$S = \pi(r_1 + r_2)^2 - \pi r_1^2 - \pi r_2^2 = 2\pi r_1 r_2.$$

Хорда, касающаяся окружностей, перпендикулярна диаметру, на котором расположены центры внутренних, то есть $CD \perp AB$. Треугольник $\triangle ABC$ – прямоугольный, так как вписанный угол $\angle ACB$ опирается на диаметр. Следовательно $CD^2 = AD \cdot DB$, и, так как $2CD = p$, получаем

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2 = 2r_1 \cdot 2r_2 = 4r_1 r_2.$$

$$S = 2\pi r_1 r_2 = \frac{\pi p^2}{8}.$$

Ответ: $\frac{\pi p^2}{8}$.

3. Какую минимальную скорость будет иметь андроид, сбжавший с горки высотой 10 м с углом возвышения 15° при коэффициенте трения $\mu = 0,13$? Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Решение.

В проекции на плоскость горки, по которой движется андроид, для модуля ускорения получим

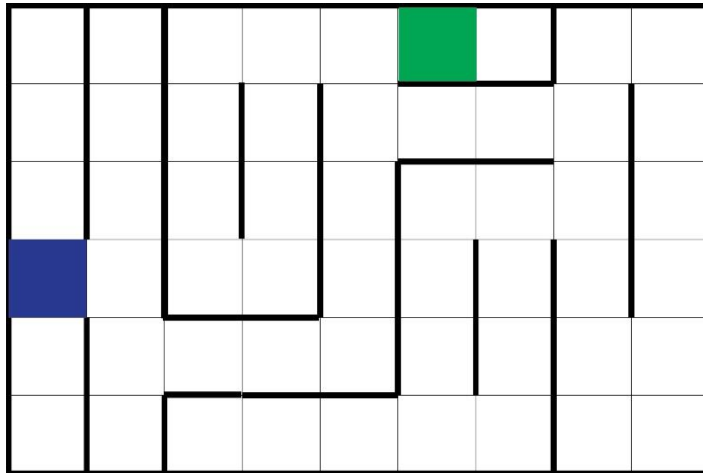
$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha.$$

Конечная скорость андроида будет равна

$$v = \sqrt{2al} = \sqrt{2gh(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)} \cong 10,05$$

Ответ: $\cong 10,05$.

4. Четыре колесных робота A1, A2, A3 и A4 одинаковой конструкции должны по очереди пройти лабиринт, двигаясь от входа (синий квадрат) к выходу (зеленый квадрат).



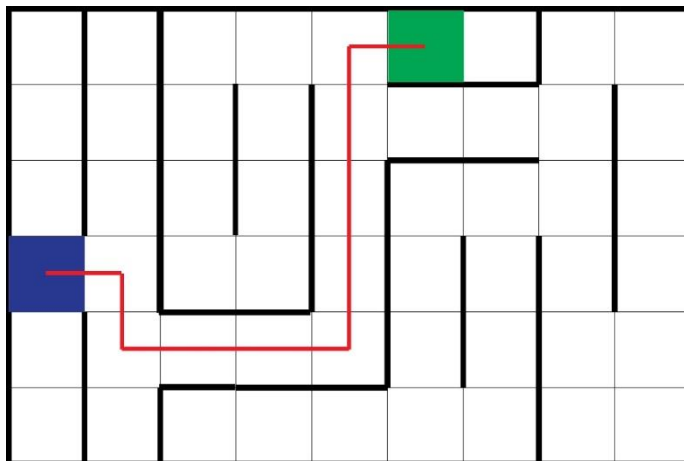
Робот A1 содержит в памяти карту лабиринта, на которой отмечены синий и зеленый квадраты и указаны все стенки. Робот A2 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу правой руки. Робот A3 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу левой руки. Робот A4 не знает карту лабиринта, но умеет ее строить.

- 1) Какой из роботов быстрее пройдет лабиринт?
- 2) Какой из роботов пройдет лабиринт медленнее всего?
- 3) Во сколько раз робот, прошедший лабиринт медленнее всего, прошел его медленнее, чем робот, прошедший лабиринт быстрее всего?

Можно считать, что роботы движутся с постоянной скоростью, временем на разгон, торможение и повороты можно пренебречь.

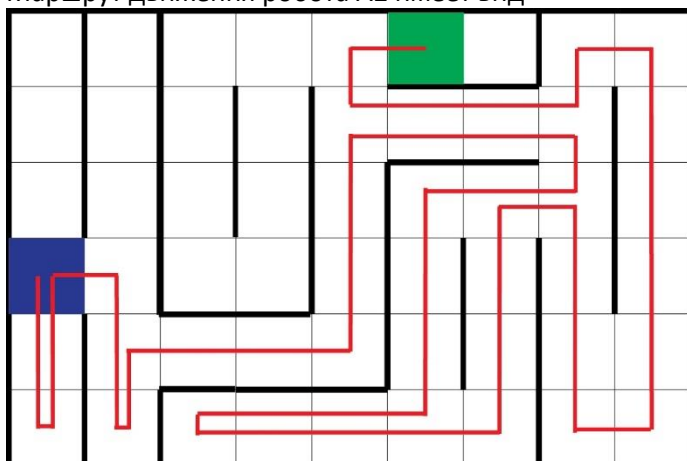
Решение.

Маршрут движения робота A1 имеет вид



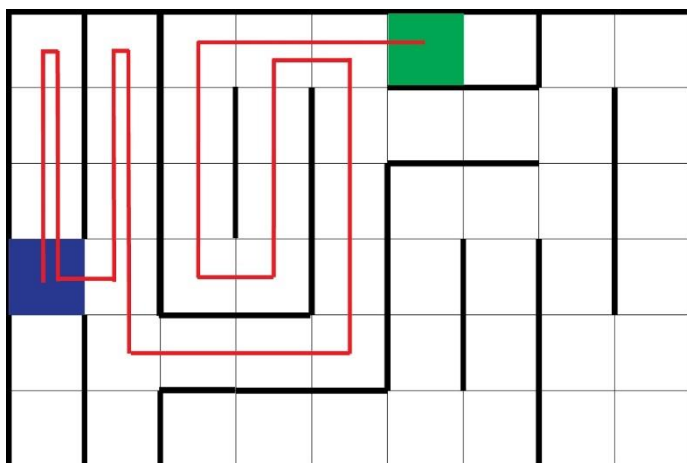
При этом робот A1 проедет маршрут равный по длине 10 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Маршрут движения робота A2 имеет вид



При этом робот A2 проедет маршрут равный по длине 50 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Маршрут движения робота A3 имеет вид



При этом робот A3 проедет маршрут равный по длине 32 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Робот A4 ищет выход путем построения карты лабиринта, например, рекурсивным алгоритмом определения дальностей

3	4	11	10	9	10		12	13
2	3	12	11	8	9	10	11	14
1	2	13	12	7	14	13	12	15
0	1	14	13	6	15	14	13	16
1	2	3	4	5	16	15	14	15
2	3	20	19	18	17	16	15	16

Длина маршрута робота A4 зависит от конкретного варианта алгоритма построения карты. В любом случае, для данного лабиринта этот маршрут не может быть короче, чем маршрут робота A1.

Ответ:

- 1) A1 и, при определенном варианте алгоритма, A4.
- 2) A2 или, при некоторых вариантах алгоритма, A4.
- 3) больше или равно 5.

Регламент проведения олимпиады школьников «Ломоносов» по робототехнике – 2015

Отборочный этап (заочный) состоит из двух частей:

1. решение задач;
2. робототехнический проект (необходимо выбрать один из вариантов)
 - a. подготовка проекта по заданию, предложенному оргкомитетом олимпиады;
 - b. подготовка проекта по тематике, предложенной оргкомитетом олимпиады;
 - c. подготовка собственного проекта.

В конце работы, после решения задач, нужно указать какой из робототехнических проектов выбирает участник для участия в заключительном этапе. Этот выбор носит предварительных характер, и участник может изменить его к заключительному этапу.

Заключительный этап (очный) состоит из двух частей:

1. Решение задач.
2. Демонстрация робототехнического проекта.
 - a. Участники, выполнившие проект по теме, предложенной оргкомитетом, или подготовившие собственный проект, демонстрируют его. Участник должен подготовить доклад, сделать презентацию и продемонстрировать работу своего робота. Требования к оформлению докладов и презентаций будут объявлены при подведении итогов отборочного этапа.
 - b. Участники, выполнившие проект по заданию организаторов, демонстрируют подготовленного в рамках проекта робота. Участники, чей робот успешно продемонстрировал выполнение задания, условия которого были опубликованы на отборочном этапе, допускаются к выполнению модифицированных заданий для этого же робота.

Задание оргкомитета

Участникам требуется подготовить колесного робота, который сможет пройти лабиринт, приведенный в задаче № 4 отборочного этапа.

Пол и стенки лабиринта белого цвета. Размер каждой ячейки 300x300 мм, высота стенок 150 мм.

Требований к материалам, контроллеру, датчикам и иным компонентам робота не предъявляется, за исключением одного – робот не должен портить поверхность лабиринта.

Обратите внимание, что для 5—9 классов и 10—11 классов лабиринты имеют разный размер и конфигурацию.

Тематика проекта, предлагаемая оргкомитетом олимпиады.

1. Участникам предлагается сконструировать робота, который сможет самостоятельно подниматься внутри вертикальной трубы. Диаметр трубы участник выбирает сам, но при условии, что диаметр находится в диапазоне 150—300 мм. Достаточно, чтобы робот смог подняться на высоту в 1 м.
2. Участникам предлагается сконструировать робота, который сможет двигаться, как в п. 1, а также после подъема внутри трубы повернуть в трубе и двигаться далее по горизонтальному участку.