

Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике – 2015

10—11 классы (1 тур)

1. На доске подряд выписаны натуральные нечетные числа, начиная с 1. Какая цифра стоит на 2015 месте?

Решение.

Посчитаем, сколько цифр используется при записи нечетных чисел.

Однозначные числа 1-3-5-7-9 занимают 5 мест.

Двузначные числа 11-13-15-17-19-...-91-93-95-97-99 занимают $9 \times 5 \times 2 = 90$ мест.

Трёхзначные числа 101-103-105-107-109-...-191-193-195-197-199 занимают $10 \times 5 \times 3 = 150$ мест.

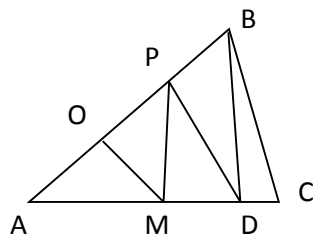
Таким образом нечетные числа от 1 до 999 занимают $5 + 90 + 9 \times 150 = 1445$ мест.

Четырёхзначные числа 1001-1003-1005-1007-1009-...-1091-1093-1095-1097-1099 занимают $10 \times 5 \times 4 = 200$ мест. Числа от 1 до 1199 занимают 1845 мест. Остается 170 мест до 2015 места включительно. Числа от 1201 до 1279 занимают еще $8 \times 5 \times 4 = 160$ мест.

Далее идут числа 1281-1283-1285. Значит на 2015 месте стоит цифра 2, которая используется в записи числа 1285.

Ответ: 2.

2. Как в треугольнике ABC провести ломаную BDPMO, чтобы все пять треугольников имели одинаковые площади?



Решение.

Предположим, что удовлетворяющая условиям задачи ломаная BDPMO проведена. Тогда

$$S_{\triangle BDA} : S_{\triangle BDC} = 4 : 1 \Rightarrow AD : DC = 4 : 1.$$

$$S_{\triangle DPA} : S_{\triangle DPB} = 3 : 1 \Rightarrow AP : PB = 3 : 1.$$

$$S_{\triangle PMA} : S_{\triangle PMD} = 2 : 1 \Rightarrow AM : MD = 2 : 1.$$

$$S_{\triangle MOA} : S_{\triangle MOP} = 1 : 1 \Rightarrow AO : OP = 1 : 1.$$

3. При каком коэффициенте трения андроид сможет взойти на горку высотой $h = 10$ м с углом возвышения $\alpha = 30^\circ$ за $t = 10$ секунд без предварительного разгона? Считайте, что мощность робота не ограничивает время движения, сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Решение.

Сила трения $\vec{F}_{тр}$, действующая на робота, препятствует проскальзыванию и поэтому направлена вверх. На робота также действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции \vec{R} . Так как в направлении, перпендикулярном плоскости горки, движения нет, имеет место соотношение

$$R = mg \cos \alpha.$$

Сила нормального давления \vec{N} по модулю равна силе реакции \vec{R} . Поэтому

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg \cos \alpha,$$

где μ – коэффициент трения.

По второму закону Ньютона в проекции на плоскость горки получаем

$$ma = F_{тр} - mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha.$$

В то же время ускорение a связано со временем движения следующей формулой

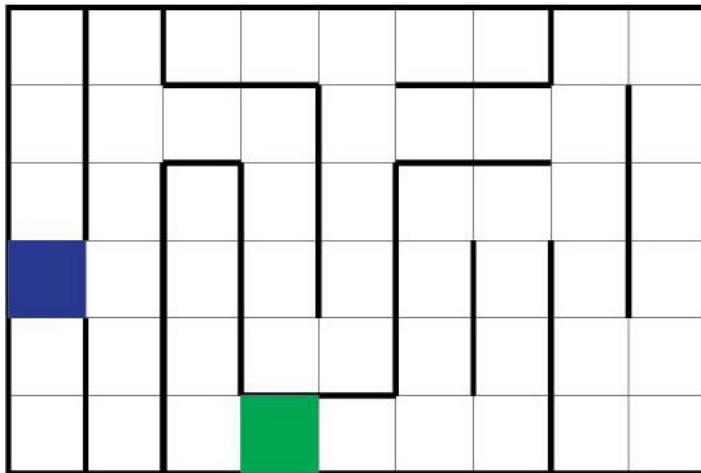
$$s = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{at^2}{2}.$$

Из двух последних уравнений получаем

$$\mu = \frac{2h}{gt^2 \sin \alpha \cos \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \cong 0,63.$$

Ответ: $\cong 0,63$.

4. Четыре колесных робота A1, A2, A3 и A4 одинаковой конструкции должны по очереди пройти лабиринт, двигаясь от входа (синий квадрат) к выходу (зеленый квадрат).



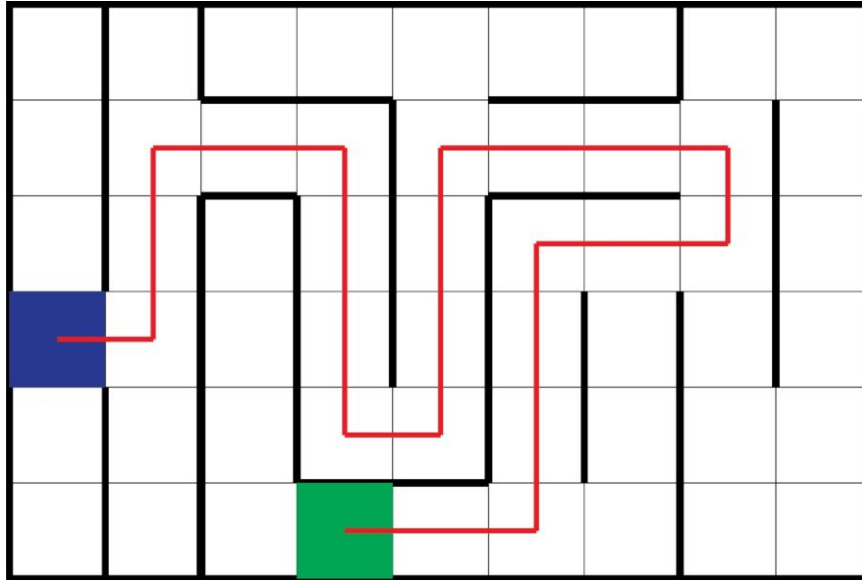
Робот A1 содержит в памяти карту лабиринта, на которой отмечены синий и зеленый квадраты и указаны все стенки. Робот A2 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу правой руки. Робот A3 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу левой руки. Робот A4 не знает карту лабиринта, но умеет ее строить.

- 1) Какой из роботов быстрее пройдет лабиринт?
- 2) Какой из роботов пройдет лабиринт медленнее всего?
- 3) Во сколько раз робот, прошедший лабиринт медленнее всего, прошел его медленнее, чем робот, прошедший лабиринт быстрее всего?

Можно считать, что роботы движутся с постоянной скоростью, временем на разгон, торможение и повороты можно пренебречь.

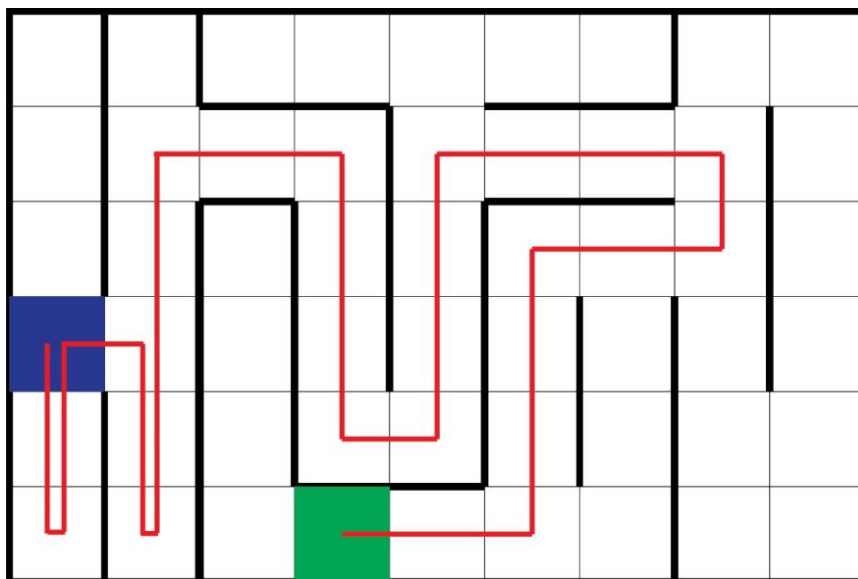
Решение.

Маршрут движения робота А-1 имеет вид



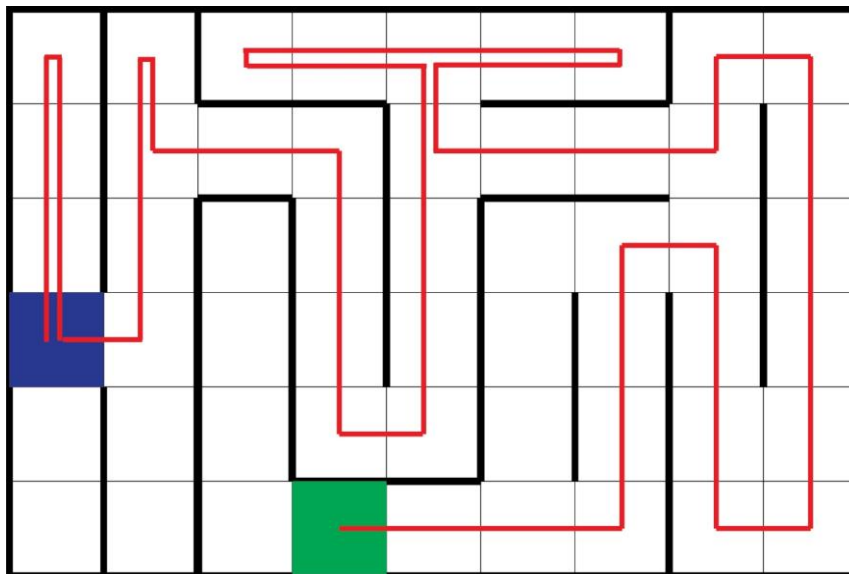
При этом робот А-1 проедет маршрут равный по длине 23 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Маршрут движения робота А-2 имеет вид



При этом робот А-2 проедет маршрут равный по длине 31 стороне квадратов, на которые разбит лабиринт.

Маршрут движения робота А-3 имеет вид



При этом робот А-3 проедет маршрут равный по длине 51 стороне квадратов, на которые разбит лабиринт.

Робот А-4 ищет выход путем построения карты лабиринта, например, рекурсивным алгоритмом определения дальностей

3	4	15	14	13	14	15	16	17
2	3	4	5	12	13	14	15	18
1	2		6	11	18	17	16	19
0	1		7	10	19	18	17	20
1	2		8	9	20	19	18	19
2	3		23	22	21	20	19	20

Длина маршрута робота зависит от конкретного варианта алгоритма построения карты. В любом случае, для данного лабиринта этот маршрут не может быть короче, чем маршрут робота А-2.

Ответ:

- 1) А-1.
- 2) А-3 или А-4.
- 3) больше или равно 31/23.

Регламент проведения олимпиады школьников «Ломоносов» по робототехнике – 2015

Отборочный этап (заочный) состоит из двух частей:

1. решение задач;
2. робототехнический проект (необходимо выбрать один из вариантов)
 - a. подготовка проекта по заданию, предложенному оргкомитетом олимпиады;
 - b. подготовка проекта по тематике, предложенной оргкомитетом олимпиады;
 - c. подготовка собственного проекта.

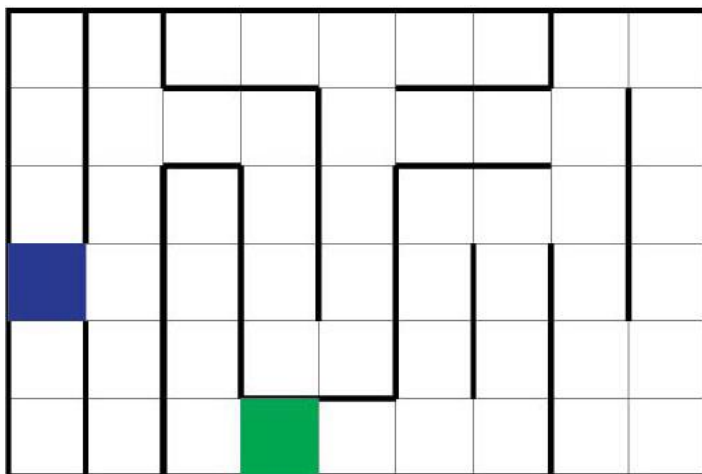
В конце работы, после решения задач, нужно указать какой из робототехнических проектов выбирает участник для участия в заключительном этапе. Этот выбор носит предварительный характер, и участник может изменить его к заключительному этапу.

Заключительный этап (очный) состоит из двух частей:

1. Решение задач.
2. Демонстрация робототехнического проекта.
 - a. Участники, выполнившие проект по теме, предложенной оргкомитетом, или подготовившие собственный проект, демонстрируют его. Участник должен подготовить доклад, сделать презентацию и продемонстрировать работу своего робота. Требования к оформлению докладов и презентаций будут объявлены при подведении итогов отборочного этапа.
 - b. Участники, выполнившие проект по заданию организаторов, демонстрируют подготовленного в рамках проекта робота. Участники, чей робот успешно продемонстрировал выполнение задания, условия которого были опубликованы на отборочном этапе, допускаются к выполнению модифицированных заданий для этого же робота.

Задание оргкомитета

Участникам требуется подготовить колесного робота, который сможет пройти следующий лабиринт



Пол и стенки лабиринта белого цвета. Размер каждой ячейки 300x300 мм, высота стенок 150 мм.

Требований к материалам, контроллеру, датчикам и иным компонентам робота не предъявляется, за исключением одного – робот не должен портить поверхность лабиринта.

Обратите внимание, что для 5—9 классов и 10—11 классов лабиринты имеют разный размер и конфигурацию.

Тематика проекта, предлагаемая оргкомитетом олимпиады.

1. Участникам предлагается сконструировать робота, который сможет самостоятельно подниматься внутри вертикальной трубы. Диаметр трубы участник выбирает сам, но при условии, что диаметр находится в диапазоне 150—300 мм. Достаточно, чтобы робот смог подняться на высоту в 1 м.
2. Участникам предлагается сконструировать робота, который сможет двигаться, как в п. 1, а также после подъема внутри трубы повернуть в трубе и двигаться далее по горизонтальному участку.