

**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ» ПО РОБОТОТЕХНИКЕ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП, ПИСЬМЕННЫЙ ТУР**  
**13 МАРТА 2016 ГОДА**

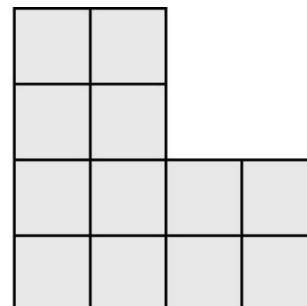
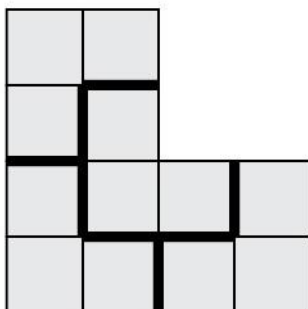
**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ**

**10—11 классы**

1. Разделите фигуру из 12 клеток на четыре равные части так, чтобы линии разреза проходили по сторонам клеток.

**Решение.**

См. рисунок



2. Самолет летит в безветренную погоду со скоростью  $v$  горизонтально на высоте  $h$ . Летчик должен сбросить груз в точку, находящуюся впереди самолета. Под каким углом к горизонту он должен видеть цель в момент сбрасывания груза? Сопротивление воздуха не учитывайте.

**Решение.**

Выберем неподвижную относительно Земли систему координат с началом в точке сброса груза. Ось  $Ox$  направим горизонтально по направлению движения самолета. Ось  $Oy$  направим вертикально вниз. Тогда координаты  $x, y$  точки падения груза удовлетворяют уравнениям

$$x = vt, \quad y = \frac{gt^2}{2}.$$

В момент  $t_1$  падения  $s = x, y = h, tg \alpha = \frac{h}{s}$ ,

$$s = v \sqrt{\frac{2h}{g}},$$

$$tg \alpha = \frac{h}{s} = \frac{1}{v_0} \sqrt{\frac{gh}{2}}.$$

3. Шесть пятирублевых монет лежат на столе, образуя замкнутую цепочку, то есть первая монета касается второй, вторая – третьей и т. д., шестая – первой. Седьмая пятирублевая монета, также лежащая на столе, катится без скольжения по внешней стороне цепочки, касаясь по очереди каждой из шести монет цепочки. Сколько оборотов сделает монета, вернувшись в исходное положение?

**Решение.**

Пока подвижная монета прокатится по дуге  $\alpha$  неподвижной монеты, она повернется на угол  $2\alpha$ . Сумма дуг, лежащих внутри шестиугольника, образованного точками касания монет цепочки, равна сумме его внутренних углов, то есть  $180^\circ(n-2) = 720^\circ$ . Сумма дуг, лежащих вне шестиугольника, равна  $360^\circ \cdot 6 - 720^\circ = 1440^\circ$ . Из нее нужно вычесть сумму дуг, лежащих в углублениях между двумя соседними монетами, куда подвижная монета не попадает. В каждом из шести углублений эта сумма равна  $120^\circ$ . Общая сумма дуг, по которым прокатится монета, равна  $1440^\circ - 120^\circ \cdot 6 = 720^\circ$ . Значит искомое число оборотов равно  $720^\circ / 360^\circ = 2$ .

4. Рассмотрим вертикально расположенное *невесомое* колесо радиуса  $r$ , к ободу которого *жестко* прикреплена при помощи *невесомого* стержня материальная точка (рис. 1). Расстояние от центра колеса до материальной точки  $b > r$ . Колесо может кататься без проскальзывания и сопротивления по горизонтальной поверхности. Наряду с таким маятником, рассмотрим математический маятник, точка подвеса которого неподвижна, а к концу на таком же расстоянии  $b$  от точки подвеса прикреплена материальная точка (рис. 2). Пусть оба маятника в начальный момент времени покоятся при  $\varphi = 0$ , то есть висят вниз. Придадим обоим маятникам одну и ту же начальную угловую скорость  $\omega_0$ , такую, чтобы они колебались вокруг нижнего положения равновесия.
- 4.1. Найдите и сравните диапазоны начальных скоростей  $\omega_0$ , при которых каждый из маятников будет колебаться вокруг нижнего положения равновесия, не переворачиваясь.
- 4.2. Найдите и сравните амплитуды колебаний маятников по углу  $\varphi$ .

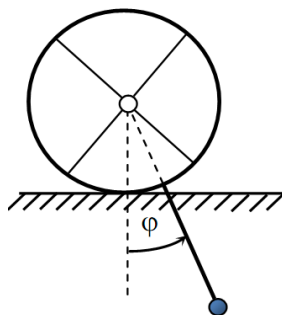


Рис. 1

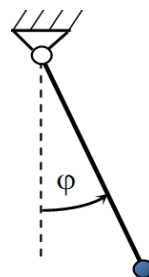


Рис. 2.

Решение.

Маятник на колесе:

Скорость материальной точки в начальный момент времени при  $\varphi = 0$  и  $\omega = \omega_0$ :

$$v_0 = r\omega_0 - b\omega_0 = (r - b)\omega_0 \quad v_0^2 = (b - r)^2 \omega_0^2$$

Пусть в начальный момент времени  $\varphi = 0$  и угловая скорость  $\omega = \omega_0$ , тогда

$$E_{k0} = \frac{1}{2} M v_0^2 = \frac{1}{2} M (b - r)^2 \omega_0^2 \quad E_{п0} = -Mgb$$

Полная энергия системы  $E_0$  в начальный момент времени:

$$E_0 = E_{k0} + E_{п0} = \frac{1}{2} M (b - r)^2 \omega_0^2 - Mgb = C = const$$

Пусть в некоторый момент времени скорость  $\omega = 0$ , тогда

$$E_{\omega=0} = E_{п,\omega=0} = -Mgb \cos \varphi = C = const$$

Энергия сохраняется, поэтому:

$$-Mgb \cos \varphi = \frac{1}{2} M (b - r)^2 \omega_0^2 - Mgb \quad \Rightarrow \quad \cos \varphi = 1 - \frac{1}{2gb} (b - r)^2 \omega_0^2$$

Это уравнение относительно угла  $\varphi$  имеет решение, если:

$$-1 < 1 - \frac{1}{2gb} (b - r)^2 \omega_0^2 < 1 \quad \Rightarrow \quad -2 < \frac{1}{2gb} (b - r)^2 \omega_0^2 < 0 \quad \Rightarrow \quad -4 < \frac{1}{gb} (b - r)^2 \omega_0^2 < 0$$

$$0 < \omega_0^2 (b - r)^2 / gb < 4 \quad \Rightarrow \quad 0 < \omega_0^2 < \frac{4gb}{(b - r)^2} \quad \Rightarrow \quad |\omega_0| < 2 \frac{\sqrt{gb}}{b - r}$$

$$A_k = \arccos \left[ 1 - \frac{1}{2gb} \omega_0^2 (b - r)^2 \right]$$

Математический маятник с неподвижной точкой подвеса:

При  $r = 0$  получаем математический маятник с неподвижной точкой подвеса

$$|\omega_0| < 2 \sqrt{\frac{g}{b}} \quad \sqrt{\frac{g}{b}} < \frac{\sqrt{gb}}{b - r} \quad \Rightarrow \quad |\omega_0| < 2 \sqrt{\frac{g}{b}} \quad A = \arccos \left( 1 - \frac{b}{2g} \omega_0^2 \right)$$

$$\arccos \left[ 1 - \frac{1}{2gb} \omega_0^2 (b - r)^2 \right] < \arccos \left( 1 - \frac{b}{2g} \omega_0^2 \right) \quad \Leftarrow$$

$$1 - \frac{b}{2g} \omega_0^2 < 1 - \frac{1}{2gb} \omega_0^2 (b-r)^2 \Leftrightarrow -\frac{b}{2g} \omega_0^2 < -\frac{1}{2gb} \omega_0^2 (b-r)^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{b}{2g} \omega_0^2 > \frac{1}{2gb} \omega_0^2 (b-r)^2 \Leftrightarrow b > \frac{1}{b} (b-r)^2 \Leftrightarrow b^2 > (b-r)^2$$

Итак, амплитуда  $A_k$  колебаний по углу маятника на колесе меньше амплитуды  $A$  колебаний математического маятника с неподвижной точкой подвеса:  $A_k < A$ .

# Олимпиада «Ломоносов» по робототехнике – 2016, критерии оценок заданий очного тура

10—11 классы

## Задача № 1, разрезание

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Приведен верный способ разрезания.	+	4
В остальных случаях.	-	0

## Задача № 2, груз с самолета

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ, приведено верное обоснование.	+	4
Дан верный ответ, решение отсутствует.	+ -	2
В решении есть правильные идеи.	- +	1
Дан неверный ответ, решение не верно или отсутствует.	-	0

## Задача № 3, монеты

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ, приведено верное решение.	+	4
Ход решения верен, при вычислении допущена ошибка.	+ <sub>0</sub>	3
Ход решения верен, но допущена серьезная ошибка (например, не учтена сила тяжести)	+ -	2
Дан неверный ответ, решение не верно или отсутствует.	-	0

## Задача № 4, маятники

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ по пп. 1, 2, приведено верное объяснение.	+	4
Дан верный ответ по п. 1 или п. 2, 3, приведено верное объяснение.	+ -	2
Дан неверный ответ, обоснование отсутствует или неверно.	-	0

## Доклад или проект «труболаз»

Указания по оцениванию	Баллы
Каждый из шести судей выставляет оценку от 0 до 10, учитывая работоспособность робототехнического изделия, соответствие заявленному функционалу, уровень проекта. Далее оценки шести судей складываются и вычитается 10.	0—50
Отсутствие проекта и доклада.	0

## Проект «Робот в лабиринте»

Указания по оцениванию	Баллы
1 место по решению судей.	50
2 место по решению судей.	48
3 место по решению судей.	46
4 место по решению судей.	44

**ИТОГОВЫЕ БАЛЛЫ = 2 + 3 x БАЛЛЫ ЗА РАБОТУ + БАЛЛЫ ЗА ДОКЛАД ИЛИ ПРОЕКТ**



**2015/2016 учебный год**  
**КРИТЕРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ<sup>1</sup>**

**олимпиады школьников**  
**«ЛОМОНОСОВ»**  
**по робототехнике**  
*10-11 классы*

**ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП**

**ПОБЕДИТЕЛЬ:**

*От 90 баллов включительно и выше.*

**ПРИЗЁР:**

*От 40 баллов до 89 баллов включительно.*

**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

**ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени):**

*От 70 баллов включительно и выше.*

**ПРИЗЁР (диплом II степени):**

*От 65 баллов до 69 баллов включительно.*

**ПРИЗЁР (диплом III степени):**

*От 50 баллов до 64 баллов включительно.*

---

<sup>1</sup> Утверждены на заседании жюри олимпиады школьников «Ломоносов» по робототехнике