Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике, 2017/2018 учебный год
Задания отборочного этапа для 10–11 классов с ответами и решениями (2-й тур)

Задания для разминки

1. Найдите сумму первых 870 натуральных чисел, не делящихся на 12.
Ответ. 412855.

2. Какую часть площади квадрата занимает вписанный в него круг? Ответ дайте в процентах, округлив его до целых.
Ответ. 79.

Основное задание

1.1. Найдите наименьшее 12-значное натуральное число, делящееся на 36 и содержащее в своей записи каждую из 10 цифр не менее одного раза.
Ответ. 100023457896.

Решение. Число должно делиться на 4 и на 9. Так как сумма 10-ти разных цифр равна 45, то две оставшиеся цифры в сумме должны дать 0, 9 или 18. Нам требуется наименьшее число, поэтому к цифрам $0, 1, \ldots, 9$ добавим две цифры 0 и в начале искомого числа поставим цифры 10002345 (это минимально возможное «начало» числа). Оставшиеся цифры 6, 7, 8, 9 должны обеспечить делимость на 4. Поэтому в двух последних разрядах могут стоять или 76, или 96, или 68. Минимальный вариант: 7896.

1.2. Найдите наибольшее 12-значное натуральное число, делящееся на 36 и содержащее в своей записи каждую из 10 цифр не менее одного раза.
Ответ. 999876543120.

1.3. Найдите наименьшее 13-значное натуральное число, делящееся на 36 и содержащее в своей записи каждую из 10 цифр не менее одного раза.
Ответ. 1000023457896.

1.4. Найдите наибольшее 13-значное натуральное число, делящееся на 36 и содержащее в своей записи каждую из 10 цифр не менее одного раза.
Ответ. 9999876543120.

2.1. Синус двугранного угла при боковом ребре правильной четырёхугольной пирамиды равен $\frac{15}{17}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если площадь её диагонального сечения равна $3\sqrt{34}$.
Ответ. 68.

Решение. Обозначим данный в условии задачи линейный угол двугранного угла через α. Этот угол всегда тупой, поэтому $\cos\alpha = -\frac{8}{17}$.

Проекция боковой грани на диагональное сечение есть треугольник, площадь которого равна половине площади этого сечения. Так как двугранный угол между боковой гранью и диагональным сечением равен $\frac{\alpha}{2}$, то $S_{\text{грани}} \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}S_{\text{сеч}}$. Поэтому $S_{\text{бок}} = 4 \cdot \dfrac{S_{\text{сеч}}}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}S_{\text{сеч}}}{\sqrt{1+\cos\alpha}} = 68$.

2.2. Синус двугранного угла при боковом ребре правильной четырёхугольной пирамиды равен $\frac{4\sqrt{2}}{9}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если площадь её диагонального сечения равна 8.
Ответ. 48.

2.3. Синус двугранного угла при боковом ребре правильной четырёхугольной пирамиды равен $\frac{4\sqrt{5}}{9}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если площадь её диагонального сечения равна 7.
Ответ. 21.

2.4. Синус двугранного угла при боковом ребре правильной четырёхугольной пирамиды равен $\frac{24}{25}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если площадь её диагонального сечения равна 12.

Ответ. 40.

2.5. Синус двугранного угла при боковом ребре правильной четырёхугольной пирамиды равен $\frac{12}{13}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если площадь её диагонального сечения равна $7\sqrt{13}$.

Ответ. 91.

2.6. Синус двугранного угла при боковом ребре правильной четырёхугольной пирамиды равен $\frac{4\sqrt{21}}{25}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если площадь её диагонального сечения равна 11.

Ответ. 55.

3.1. При каком наибольшем a неравенство $\dfrac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x}-\sqrt[3]{\operatorname{ctg} x}}{\sqrt[3]{\sin x}+\sqrt[3]{\cos x}}>\dfrac{a}{2}$ выполнено при всех допустимых $x\in(\frac{3\pi}{2};2\pi)$? Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. 4,49 (точное значение: $4\sqrt[6]{2}$).

Решение. Преобразуем выражение в левой части неравенства следующим образом:

$$\frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x}-\sqrt[3]{\operatorname{ctg} x}}{\sqrt[3]{\sin x}+\sqrt[3]{\cos x}}=\frac{\sqrt[3]{\sin^2 x}-\sqrt[3]{\cos^2 x}}{\sqrt[3]{\sin x\cos x}(\sqrt[3]{\sin x}+\sqrt[3]{\cos x})}=\frac{\sqrt[3]{\sin x}-\sqrt[3]{\cos x}}{\sqrt[3]{\sin x\cos x}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\cos x}}+\frac{1}{\sqrt[3]{-\sin x}},$$

если $\cos x\neq-\sin x$. При $x\in(\frac{3\pi}{2};2\pi)$ оба слагаемых положительны, поэтому по неравенству между средним арифметическим и средним геометрическим получаем

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\cos x}}+\frac{1}{\sqrt[3]{-\sin x}}\geqslant\frac{2}{\sqrt[6]{-\sin x\cos x}}=\frac{2\sqrt[6]{2}}{\sqrt[6]{-\sin 2x}}\geqslant 2\sqrt[6]{2},$$

причём равенство выполняется только при $x=\frac{7\pi}{4}$, а эта точка для данного в условии выражения не является допустимой. Исходное выражение при x, близких к $\frac{7\pi}{4}$, принимает значения, близкие к $2\sqrt[6]{2}$. Значит, искомым значением a является число $4\sqrt[6]{2}\approx 4{,}49$.

3.2. При каком наибольшем отрицательном a неравенство $\dfrac{\sqrt[3]{\cos x}-\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\operatorname{ctg} x}-\sqrt[3]{\operatorname{tg} x}}>a$ выполнено при всех допустимых $x\in(-3\pi;-\frac{5\pi}{2})$? Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. $-0{,}45$ (точное значение: $-\frac{1}{2\sqrt[6]{2}}$).

3.3. При каком наименьшем a неравенство $\dfrac{\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 x}-\sqrt[3]{\operatorname{tg}^2 x}}{\sqrt[3]{\sin^2 x}-\sqrt[3]{\cos^2 x}}<a$ выполнено при всех допустимых $x\in(-\frac{3\pi}{2};-\pi)$? Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. $-2{,}52$ (точное значение: $-2\sqrt[3]{2}$).

3.4. При каком наименьшем положительном a неравенство $\dfrac{\sqrt[3]{\sin^2 x}-\sqrt[3]{\cos^2 x}}{\sqrt[3]{\operatorname{tg}^2 x}-\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 x}}<\dfrac{a}{2}$ выполнено при всех допустимых $x\in(\frac{3\pi}{2};2\pi)$? Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. 0,79 (точное значение: $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$).

4.1. В компьютерный магазин завезли партию планшетов четырёх разных брендов. Среди них планшеты Lenovo, Samsung и Huawei составляли менее трети, причём планшетов Samsung было на 6 штук больше, чем Lenovo. Все остальные планшеты — бренда Apple iPad, причём их в три раза больше, чем Huawei. Если бы планшетов Lenovo было в три раза больше, а Samsung и Huawei — столько же, сколько сейчас (при том же общем числе всех планшетов), то планшетов Apple iPad было бы 59 штук. Сколько всего планшетов завезли в магазин?

Ответ. 94.

Решение. Пусть n — искомое общее число планшетов, из них x — бренда Lenovo, y — бренда Huawei. Тогда планшетов Samsung $x+6$, а планшетов Apple iPad $n-2x-y-6=3y$ штук. Из условия задачи имеем также равенство $4x+y+6=n-59$. Из двух этих равенств находим $x=\frac{3n-254}{14}$, $y=\frac{n+53}{7}$. Поскольку $x\geqslant 1$, получаем $3n-254\geqslant 14$, откуда $n\geqslant\frac{268}{3}=89\frac{1}{3}$. С другой стороны, из условия задачи следует также неравенство $2x+y+6<\frac{n}{3}$, откуда $\frac{3n-254}{7}+\frac{n+53}{7}+6<\frac{n}{3}$, или $n<\frac{477}{5}=95\frac{2}{5}$. Кроме того, поскольку $n+53$ делится на 7, число n даёт остаток 3 при делении на 7. Среди целых чисел от 90 до 95 такое только одно, а именно $n=94$.

4.2. За отчётный период в городе строили только кирпичные, монолитные и панельные жилые дома. Если бы кирпичных домов построили в 4 раза больше, панельных — в 4 раза меньше, а монолитных не строили вовсе, то всего было бы построено на 57 домов меньше. Если бы монолитных домов построили в 4 раза больше, панельных — в 4 раза меньше, а кирпичных не строили вовсе, то общее число построенных домов было бы на 41 меньше. Наконец, если бы панельных домов построили на четверть меньше, то даже трёхкратное увеличение числа кирпичных и монолитных домов не позволило бы достичь такого же результата по суммарному количеству. Сколько всего домов построили в городе за отчётный период?

Ответ. 84.

4.3. В автосалон поступили автомобили марок Audi, BMW, Volvo и Hyundai, причём суммарное число машин первых трёх марок меньше трети числа последней. Если бы автомобилей Audi поступило в 7 раз больше, то их вместе с автомобилями Volvo было бы на 58 штук меньше, чем автомобилей Hyundai. Если бы автомобилей Volvo поступило в 5 раз больше, то в сумме с автомобилями Audi и BMW их было бы на 11 больше, чем Hyundai. Наконец, если бы автомобилей BMW поступило в 2 раза больше, то автомобилей Hyundai было бы на 52 штуки больше, чем оставшихся трёх марок. Сколько автомобилей Hyundai поступило в автосалон?

Ответ. 90.

4.4. За первое полугодие в математическом классе прошло в три раза больше уроков математики, чем в гуманитарном, а уроков химии и биологии — столько же. При этом в сумме уроков по этим трём предметам в гуманитарном классе было меньше половины суммарного числа таких же уроков в математическом. В химическом классе столько же уроков математики и биологии, сколько в гуманитарном, но в два раза больше уроков химии, и суммарно по этим трём предметам на 23 урока меньше, чем в математическом. В биологическом классе столько же уроков математики и химии, сколько в гуманитарном, но в два раза больше уроков биологии, и суммарно по этим трём предметам на 32 урока меньше, чем в математическом. Сколько уроков математики, химии и биологии состоялось в первом полугодии в математическом классе, если известно, что это число есть точный квадрат?

Ответ. 64.

5.1. Пусть $S(n)$ — сумма цифр в десятичной записи числа n. Найдите $S(S(S(S(2017^{2017}))))$.

Ответ. 1.

Решение. Поскольку $2017^{2017}<10000^{2017}$, запись числа 2017^{2017} содержит не более $4\cdot 2017=8068$ цифр, а их сумма $S(2017^{2017})$ не превосходит $9\cdot 8068=72612$. Тогда последовательно получаем $S(S(2017^{2017}))\leqslant 6+9\cdot 4=42$, $S(S(S(2017^{2017})))\leqslant 3+9=12$, $S(S(S(S(2017^{2017}))))\leqslant 9$. Заметим также, что сумма цифр числа даёт тот же остаток при делении на 9, что и само число. Поскольку 2016 делится на 9, число $2017^{2017}=(2016+1)^{2017}$ даёт остаток 1 при делении на 9. Следовательно, $S(S(S(S(2017^{2017}))))=1$.

5.2. Пусть $S(n)$ — сумма цифр в десятичной записи числа n. Найдите $S(S(S(S(2017^{2018}))))$.

Ответ. 1.

5.3. Пусть $S(n)$ — сумма цифр в десятичной записи числа n. Найдите $S(S(S(S(2018^{2017}))))$.

Ответ. 2.

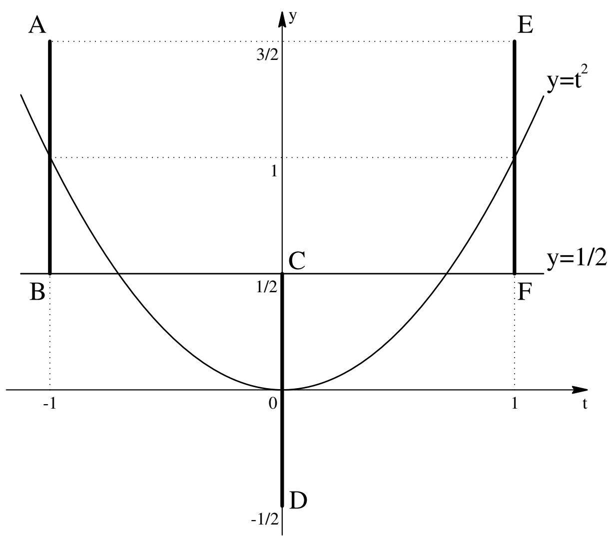
5.4. Пусть $S(n)$ — сумма цифр в десятичной записи числа n. Найдите $S(S(S(S(2018^{2018}))))$.

Ответ. 4.

6.1. Пусть $f(x) = x^2 + px + q$. Известно, что неравенство $|f(x)| > \frac{1}{2}$ не имеет решений на отрезке $[1;3]$. Найдите $\underbrace{f\Big(f\Big(\ldots f}_{2017}\Big(\frac{3+\sqrt{7}}{2}\Big)\Big)\ldots\Big)$. Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. 0,18 (точное значение: $\frac{3-\sqrt{7}}{2}$).

Решение. Условие задачи означает, что для всех $x \in [1;3]$ выполняется неравенство $|f(x)| \leqslant \frac{1}{2}$. Сделав замену переменной $t = x+2$, получаем неравенство $|t^2 + (p+4)t + (2p+q+4)| \leqslant \frac{1}{2}$, которое выполняется для всех $t \in [-1;1]$. Рассмотрим функции $g(t) = |t^2 - (at+b)|$, $G(a,b) = \max\limits_{t\in[-1;1]} |g(t)|$ и точки $A = (-1, \frac{3}{2})$, $B = (-1, \frac{1}{2})$, $C = (0, \frac{1}{2})$, $D = (0, -\frac{1}{2})$, $E = (1, \frac{3}{2})$, $F = (1, \frac{1}{2})$ на координатной плоскости Oty (см. рис.).



Если прямая $y = at + b$ не пересекает хотя бы один из отрезков AB, CD, EF, то $G(a,b) \geqslant \max(g(-1), g(0), g(1)) > \frac{1}{2}$. Единственная прямая, которая пересекает все три отрезка — это прямая $y = \frac{1}{2}$. Значит для любых a и b имеем $G(a,b) \geqslant \frac{1}{2}$, причём $G(a,b) = \frac{1}{2}$ только при $a = 0$, $b = \frac{1}{2}$. Следовательно, в нашем случае $p + 4 = 0$, $2p + q + 4 = \frac{1}{2}$, откуда $p = -4$, $q = \frac{7}{2}$. Значит, $f(x) = x^2 - 4x + \frac{7}{2} = (x-2)^2 - \frac{1}{2}$, поэтому находим $f\Big(\frac{3+\sqrt{7}}{2}\Big) = \frac{3-\sqrt{7}}{2}$, $f\Big(f\Big(\frac{3+\sqrt{7}}{2}\Big)\Big) = f\Big(\frac{3-\sqrt{7}}{2}\Big) = \frac{3+\sqrt{7}}{2}$, $\ldots$, $\underbrace{f\Big(f\Big(\ldots f}_{2017}\Big(\frac{3+\sqrt{7}}{2}\Big)\Big)\ldots\Big) = \frac{3-\sqrt{7}}{2} \approx 0{,}18$.

6.2. Пусть $f(x) = x^2 + px + q$. Известно, что неравенство $|f(x)| > \frac{1}{2}$ не имеет решений на отрезке $[2;4]$. Найдите $\underbrace{f\Big(f\Big(\ldots f}_{2017}\Big(\frac{5-\sqrt{11}}{2}\Big)\Big)\ldots\Big)$. Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. 4,16 (точное значение: $\frac{5+\sqrt{11}}{2}$).

6.3. Пусть $f(x) = x^2 + px + q$. Известно, что неравенство $|f(x)| > \frac{1}{2}$ не имеет решений на отрезке $[3;5]$. Найдите $\underbrace{f\Big(f\Big(\ldots f}_{2017}\Big(\frac{7+\sqrt{15}}{2}\Big)\Big)\ldots\Big)$. Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. 1,56 (точное значение: $\frac{7-\sqrt{15}}{2}$).

6.4. Пусть $f(x) = x^2 + px + q$. Известно, что неравенство $|f(x)| > \frac{1}{2}$ не имеет решений на отрезке $[4;6]$. Найдите $\underbrace{f\Big(f\Big(\ldots f}_{2017}\Big(\frac{9-\sqrt{19}}{2}\Big)\Big)\ldots\Big)$. Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. 6,68 (точное значение: $\frac{9+\sqrt{19}}{2}$).

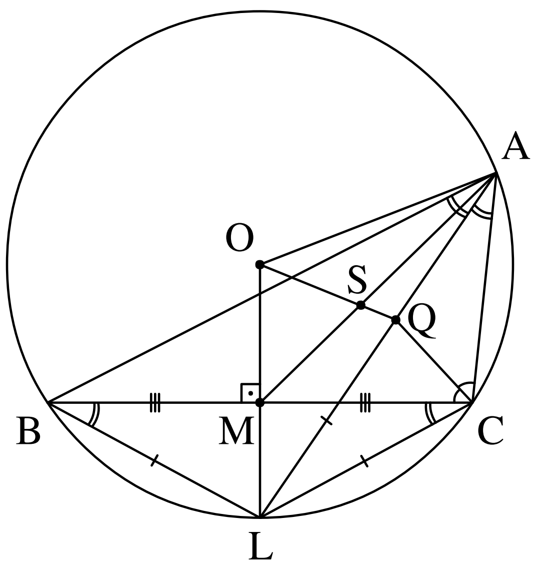
7.1. В треугольнике ABC проведена медиана AM, точка O — центр описанной около него окружности, точка Q — центр вписанной в него окружности. Отрезки AM и OQ пересекаются в точке S, при этом $2\,\frac{OS}{MS} = 3\sqrt{3}\,\frac{QS}{AS}$. Найдите сумму синусов величин углов ABC и ACB, если известно, что $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$. Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. 1,13 (точное значение: 9/8).

Решение. Точка Q является точкой пересечения биссектрис треугольника ABC. Проведем биссектрису угла BAC, точку ее пересечения с описанной около треугольника ABC окружностью обозначим буквой L, соединим точки C и Q.

Поскольку $\angle BAL = \angle CAL = \pi/6$, дуги BL и CL равны и имеют меры $\pi/3$. Значит, $BL = CL$, треугольник BLC — равнобедренный, поэтому его медиана LM будет и его высотой, то есть прямая LM является серединным перпендикуляром к стороне BC. Стало быть, точка O тоже лежит на прямой LM, причем, в силу того, что дуга BLC меньше π, точки O и L лежат в разных полуплоскостях относительно прямой BC.

Дважды применяя теорему Менелая (в треугольнике AML с секущей QS и в треугольнике LOQ с секущей MS), имеем



$$\frac{MS}{AS}\cdot\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{LO}{OM}=1;\quad \frac{QS}{OS}\cdot\frac{OM}{LM}\cdot\frac{AL}{AQ}=1.$$

Перемножив эти два соотношения, получаем

$$\frac{MS}{AS}\cdot\frac{QS}{OS}\cdot\frac{AL}{QL}\cdot\frac{LO}{LM}=1. \qquad (\star)$$

Из данного в условии задачи равенства следует, что $\frac{MS}{AS}\cdot\frac{QS}{OS}=\frac{2}{3\sqrt{3}}$. Кроме того, заметим, что треугольник LOC равнобедренный (в силу того, что отрезки OL и OC являются радиусами окружности, описанной около треугольника ABC). Однако, $\angle LOC=\pi/3$, поэтому он равносторонний; CM — его высота, поэтому CM и его медиана, стало быть, $LO:LM=2$. С учетом этого равенство $(\star)$ принимает вид $\frac{4}{3\sqrt{3}}\cdot\frac{AL}{QL}=1$, откуда $\frac{AL}{QL}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Обозначим величину угла ACB за 2γ, тогда $\angle ABC=2\pi/3-2\gamma$. По свойствам вписанных углов $\angle ALC=\angle ABC=2\pi/3-2\gamma$, $\angle BCL=\angle BAL=\pi/6$ и, кроме того, $\angle ACL=\angle ACB+\angle BCL=\pi/6+2\gamma$. После этого находим

$$\angle QCL=\angle QCB+\angle BCL=\frac{\pi}{6}+\gamma,$$

$$\angle LQC=\pi-\angle QCL-\angle ALC=\frac{\pi}{6}+\gamma.$$

Значит, треугольник LQC — равнобедренный, $QL=CL$. Тогда, пользуясь теоремой синусов для треугольника ALC, имеем

$$\frac{AL}{QL}=\frac{AL}{CL}=\frac{\sin\angle ACL}{\sin\angle CAL}=\frac{\sin(2\gamma+\pi/6)}{1/2}=2\sin\left(2\gamma+\frac{\pi}{6}\right),$$

откуда находим $\sin(2\gamma+\pi/6)=\frac{1}{2}\cdot\frac{AL}{QL}=\frac{3\sqrt{3}}{8}$. Следовательно,

$$\sin\angle ABC+\sin\angle ACB=\sin 2\gamma+\sin\left(\frac{2\pi}{3}-2\gamma\right)=2\sin\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\gamma\right)=\sqrt{3}\sin\left(2\gamma+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{9}{8}.$$

7.2. В треугольнике KLM проведена медиана KP, точка O — центр описанной около него окружности, точка Q — центр вписанной в него окружности. Отрезки KP и OQ пересекаются в точке S, при этом $\frac{OS}{PS}=\sqrt{6}\,\frac{QS}{KS}$. Найдите произведение косинусов величин углов KLM и KML, если известно, что $\angle LKM=\frac{\pi}{3}$. Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. $-0{,}38$ (точное значение: $-3/8$).

7.3. В треугольнике ABC проведена медиана AM, точка O — центр описанной около него окружности, точка Q — центр вписанной в него окружности. Отрезки AM и OQ пересекаются в точке R, при этом $\frac{OR}{MR}=\sqrt{7}\,\frac{QR}{AR}$. Найдите косинус разности величин углов ABC и ACB, если известно, что $\angle BAC=\frac{\pi}{3}$. Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. $-0{,}13$ (точное значение: $-1/8$).

7.4. В треугольнике KLM проведена медиана KP, точка O — центр описанной около него окружности, точка Q — центр вписанной в него окружности. Отрезки KP и OQ пересекаются в точке R, при этом $\frac{OR}{PR}=\sqrt{14}\,\frac{QR}{KR}$. Найдите произведение синусов величин углов KLM и KML, если известно, что $\angle LKM=\frac{\pi}{3}$. Ответ при необходимости округлите до сотых.

Ответ. $0{,}63$ (точное значение: $5/8$).

Замечание. Точные значения $0{,}125$, $-0{,}375$, $-0{,}125$ и $0{,}625$ соответственно также засчитываются как верные.

8.1. Решите в натуральных числах уравнение $x^{x+y} = y^{y-x}$. В ответе укажите сумму $x + y$ для решения (x, y), в котором y — наименьшее, превосходящее 1500.

Ответ. 2744.

Решение. Положим $y = tx$, где $t \in \mathbb{Q}$ при $x, y \in \mathbb{N}$. Тогда, подставляя это в уравнение, найдём

$$x = t^{\frac{t-1}{2}}, \quad y = t^{\frac{t+1}{2}}.$$

Покажем, что число t может быть только целым. Предположим противное: пусть t есть рациональное число, отличное от целого, т. е. $t = \frac{p}{q}$, где числа p и q взаимно просты, $q \neq 1$. Тогда $y = \frac{px}{q}$, и уравнение примет вид

$$x^{x+\frac{px}{q}} = \left(\frac{px}{q}\right)^{\frac{px}{q}-x} \Leftrightarrow x^{xq+px} = \left(\frac{px}{q}\right)^{px-qx} \Leftrightarrow x^{xq} = p^{px-xq} \cdot x^{-qx} \cdot q^{x(q-p)} \Leftrightarrow x^{2qx} = \left(\frac{p}{q}\right)^{x(p-q)}.$$

В последнем равенстве слева всегда стоит целое число, а справа — нецелое. Противоречие.

Итак, $t \in \mathbb{N}$, поэтому числа x и y будут натуральными только в следующих двух случаях:

1) число t нечётно: $t = 2k - 1$, тогда $x = (2k-1)^{k-1}$, $y = (2k-1)^k$, $k \in \mathbb{N}$;

2) число t есть полный квадрат: $t = k^2$, тогда $x = k^{k^2-1}$, $y = k^{k^2+1}$, $k \in \mathbb{N}$.

Сведём полученные решения в таблицу:

t	1	3	4	5	7	9	...
x	1	3	8	25	343	6561	...
y	1	9	32	125	2401	59049	...

Решение (x, y), в котором y — наименьшее, превосходящее 1500, есть $x = 343$, $y = 2401$, при этом $x + y = 2744$.

8.2. Решите в натуральных числах уравнение $y^{x+y} = x^{x-y}$. В ответе укажите разность $x - y$ для решения (x, y), в котором x — наименьшее, превосходящее 2000.

Ответ. 2058.

8.3. Решите в натуральных числах уравнение $(xy)^x = \left(\frac{y}{x}\right)^y$. В ответе укажите сумму $x + y$ для решения (x, y), в котором y — наименьшее, превосходящее 3000.

Ответ. 65610.

8.4. Решите в натуральных числах уравнение $(xy)^y = \left(\frac{x}{y}\right)^x$. В ответе укажите разность $x - y$ для решения (x, y), в котором x — наименьшее, превосходящее 2500.

Ответ. 52488.