ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
ПО ГЕОЛОГИИ
2019-2020 учебный год

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5-9 КЛАССОВ

Задание 1.
Место падение метеорита называется **Астроблема**
Возраст Земли составляет **4,6 млрд.лет**
Планетой земной группы является **Венера**
Чему равна средняя плотность планеты Земля? **5,5 г/см^3**

Задание 2.
Какую форму рельефа образуют реки? **Терраса**
Что является характерной формой рельефа пустынь? **Бархан**
Сложный по составу флюидно-силикатный расплав в недрах Земли называют **Магма**
Бурный грязекаменный поток называется **Сель**

Задание 3.
Что является разновидностью кварца? **Раухтопаз**
Что является минералом? **Лёд**
Что является полезным ископаемым? **Галит**
Что является горной породой? **Андезит**

Задание 4.
Какой термин лишний? **бархан**
Какой термин лишний? **луна**
Какой термин лишний? **лагуна**
Какой термин лишний? **овраг**

Задание 5.

На какой фотографии изображен оползень?

На какой фотографии изображено устье?

На какой фотографии изображена складка?

На какой фотографии изображен кристалл пирита?

Задание 6. Вариант 1.

При бурении скважин в горной породе используется бур цилиндрической формы, наконечник которого имеет форму полушара диаметра, совпадающим с диаметром цилиндра, бур устанавливается вертикально вниз наконечником. На первом этапе работ производится ручное бурение, в результате чего образуется полость, граница которой имеет форму поверхности вращения параболы $y= 2.38x^2$ вокруг вертикальной оси Оу. На втором этапе бурения следует выбрать диаметр бура таким образом, чтобы наконечник мог свободно коснуться нижней точки полости. При каком максимально возможном диаметре бура это можно сделать? Ответ дайте с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Если радиус наконечника равен r, а парабола, образующая полость, задается равенством $y= ax^2$, то условие задачи заключается в том, что полушар радиуса r с центром в точке (0,r) располагается внутри надграфика функции $y= ax^2$ и (0,0) – точка касания для окружности и параболы общей касательной - оси Ox. Аналитически это означает, что условие $y= ax^2$ влечет неравенство $x^2+(y-r)^2\geq r^2$, что эквивалентно неразрешимости неравенства

$x^2+(ax^2-r)^2<r^2$. Последнее эквивалентно неравенству $a^2x^2<2ar-1$, неразрешимость которого означает $2ar-1\leq 0$, откуда $r\leq 1/2a$. Отсюда следует, что искомое значение радиуса равно $1/2a$. При заданном значении параметра параболы получаем

Ответ: 0.42

Задание 6. Вариант 2.

При бурении скважин в горной породе используется бур цилиндрической формы, наконечник которого имеет форму полушара диаметра, совпадающим с диаметром цилиндра, бур устанавливается вертикально вниз наконечником. На первом этапе работ производится ручное бурение, в результате чего образуется полость, граница которой имеет форму поверхности вращения параболы $y= 2.43x^2$ вокруг вертикальной оси Оу. На втором этапе бурения следует выбрать диаметр бура таким образом, чтобы наконечник мог свободно коснуться нижней точки полости. При каком максимально возможном диаметре бура это можно сделать? Ответ дайте с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Если радиус наконечника равен r, а парабола, образующая полость, задается равенством $y= ax^2$, то условие задачи заключается в том, что полушар радиуса r с центром в точке (0,r) располагается внутри надграфика функции $y= ax^2$ и (0,0) – точка касания для окружности и параболы общей касательной - оси Ох. Аналитически это означает, что условие $y= ax^2$ влечет неравенство $x^2+(y-r)^2\geq r^2$, что эквивалентно неразрешимости неравенства
$x^2+(ax^2-r)^2<r^2$. Последнее эквивалентно неравенству $a^2x^2<2ar-1$, неразрешимость которого означает $2ar-1\leq 0$, откуда $r\leq 1/2a$. Отсюда следует, что искомое значение радиуса равно $1/2a$. При заданном значении параметра параболы получаем

Ответ: 0.41

Задание 6. Вариант 3.

При бурении скважин в горной породе используется бур цилиндрической формы, наконечник которого имеет форму полушара диаметра, совпадающим с диаметром цилиндра, бур устанавливается вертикально вниз наконечником. На первом этапе работ производится ручное бурение, в результате чего образуется полость, граница которой имеет форму поверхности вращения параболы $y= 2.49x^2$ вокруг вертикальной оси Oy. На втором этапе бурения следует выбрать диаметр бура таким образом, чтобы наконечник мог свободно коснуться нижней точки полости. При каком максимально возможном диаметре бура это можно сделать? Ответ дайте с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Если радиус наконечника равен r, а парабола, образующая полость, задается равенством $y= ax^2$, то условие задачи заключается в том, что полушар радиуса r с центром в точке (0,r) располагается внутри надграфика функции $y= ax^2$ и (0,0) – точка касания для окружности и параболы общей касательной - оси Ox. Аналитически это означает, что условие $y= ax^2$ влечет неравенство $x^2+(y-r)^2\geq r^2$, что эквивалентно неразрешимости неравенства

$x^2+(ax^2-r)^2<r^2$. Последнее эквивалентно неравенству $a^2x^2<2ar-1$, неразрешимость которого означает $2ar-1\leq 0$, откуда $r\leq 1/2a$. Отсюда следует, что искомое значение радиуса равно $1/2a$. При заданном значении параметра параболы получаем

Ответ: 0.40

Задание 6. Вариант 4.

При бурении скважин в горной породе используется бур цилиндрической формы, наконечник которого имеет форму полушара диаметра, совпадающим с диаметром цилиндра, бур устанавливается вертикально вниз наконечником. На первом этапе работ производится ручное бурение, в результате чего образуется полость, граница которой имеет форму поверхности вращения параболы $y= 2.56x^2$ вокруг вертикальной оси Oy. На втором этапе бурения следует выбрать диаметр бура таким образом, чтобы наконечник мог свободно коснуться нижней точки полости. При каком максимально возможном диаметре бура это можно сделать? Ответ дайте с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Если радиус наконечника равен r, а парабола, образующая полость, задается равенством $y= ax^2$, то условие задачи заключается в том, что полушар радиуса r с центром в точке (0,r) располагается внутри надграфика функции $y= ax^2$ и (0,0) – точка касания для окружности и параболы общей касательной - оси Ox. Аналитически это означает, что условие $y= ax^2$ влечет неравенство $x^2+(y-r)^2\geq r^2$, что эквивалентно неразрешимости неравенства
$x^2+(ax^2-r)^2<r^2$. Последнее эквивалентно неравенству $a^2x^2<2ar-1$, неразрешимость которого означает $2ar-1\leq 0$, откуда $r\leq 1/2a$. Отсюда следует, что искомое значение радиуса равно $1/2a$. При заданном значении параметра параболы получаем

Ответ: 0.39

Задание 6. Вариант 5.

При бурении скважин в горной породе используется бур цилиндрической формы, наконечник которого имеет форму полушара диаметра, совпадающим с диаметром цилиндра, бур устанавливается вертикально вниз наконечником. На первом этапе работ производится ручное бурение, в результате чего образуется полость, граница которой имеет форму поверхности вращения параболы $y= 2.62x^2$ вокруг вертикальной оси Оу. На втором этапе бурения следует выбрать диаметр бура таким образом, чтобы наконечник мог свободно коснуться нижней точки полости. При каком максимально возможном диаметре бура это можно сделать? Ответ дайте с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Если радиус наконечника равен r, а парабола, образующая полость, задается равенством $y= ax^2$, то условие задачи заключается в том, что полушар радиуса r с центром в точке (0,r) располагается внутри надграфика функции $y= ax^2$ и (0,0) – точка касания для окружности и параболы общей касательной - оси Ох. Аналитически это означает, что условие $y= ax^2$ влечет неравенство $x^2+(y-r)^2\geq r^2$, что эквивалентно неразрешимости неравенства

$x^2+(ax^2-r)^2<r^2$. Последнее эквивалентно неравенству $a^2x^2<2ar-1$, неразрешимость которого означает $2ar-1\leq 0$, откуда $r\leq 1/2a$. Отсюда следует, что искомое значение радиуса равно $1/2a$. При заданном значении параметра параболы получаем

Ответ: 0.38

Задание 6. Вариант 6.

При бурении скважин в горной породе используется бур цилиндрической формы, наконечник которого имеет форму полушара диаметра, совпадающим с диаметром цилиндра, бур устанавливается вертикально вниз наконечником. На первом этапе работ производится ручное бурение, в результате чего образуется полость, граница которой имеет форму поверхности вращения параболы $y= 2.7x^2$ вокруг вертикальной оси Oy. На втором этапе бурения следует выбрать диаметр бура таким образом, чтобы наконечник мог свободно коснуться нижней точки полости. При каком максимально возможном диаметре бура это можно сделать? Ответ дайте с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Если радиус наконечника равен r, а парабола, образующая полость, задается равенством $y= ax^2$, то условие задачи заключается в том, что полушар радиуса r с центром в точке (0,r) располагается внутри надграфика функции $y= ax^2$ и (0,0) – точка касания для окружности и параболы общей касательной - оси Ox. Аналитически это означает, что условие $y= ax^2$ влечет неравенство $x^2+(y-r)^2\geq r^2$, что эквивалентно неразрешимости неравенства

$x^2+(ax^2-r)^2<r^2$. Последнее эквивалентно неравенству $a^2x^2<2ar-1$, неразрешимость которого означает $2ar-1\leq 0$, откуда $r\leq 1/2a$. Отсюда следует, что искомое значение радиуса равно $1/2a$. При заданном значении параметра параболы получаем

Ответ: 0.37

Задание 6. Вариант 7.

При бурении скважин в горной породе используется бур цилиндрической формы, наконечник которого имеет форму полушара диаметра, совпадающим с диаметром цилиндра, бур устанавливается вертикально вниз наконечником. На первом этапе работ производится ручное бурение, в результате чего образуется полость, граница которой имеет форму поверхности вращения параболы $y= 2.77x^2$ вокруг вертикальной оси Oy. На втором этапе бурения следует выбрать диаметр бура таким образом, чтобы наконечник мог свободно коснуться нижней точки полости. При каком максимально возможном диаметре бура это можно сделать? Ответ дайте с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Если радиус наконечника равен r, а парабола, образующая полость, задается равенством $y= ax^2$, то условие задачи заключается в том, что полушар радиуса r с центром в точке (0,r) располагается внутри надграфика функции $y= ax^2$ и (0,0) – точка касания для окружности и параболы общей касательной - оси Ox. Аналитически это означает, что условие $y= ax^2$ влечет неравенство $x^2+(y-r)^2\geq r^2$, что эквивалентно неразрешимости неравенства

$x^2+(ax^2-r)^2<r^2$. Последнее эквивалентно неравенству $a^2x^2<2ar-1$, неразрешимость которого означает $2ar-1\leq 0$, откуда $r\leq 1/2a$. Отсюда следует, что искомое значение радиуса равно $1/2a$. При заданном значении параметра параболы получаем

Ответ: 0.36

Задание 6. Вариант 8.

При бурении скважин в горной породе используется бур цилиндрической формы, наконечник которого имеет форму полушара диаметра, совпадающим с диаметром цилиндра, бур устанавливается вертикально вниз наконечником. На первом этапе работ производится ручное бурение, в результате чего образуется полость, граница которой имеет форму поверхности вращения параболы $y= 2.86x^2$ вокруг вертикальной оси Оу. На втором этапе бурения следует выбрать диаметр бура таким образом, чтобы наконечник мог свободно коснуться нижней точки полости. При каком максимально возможном диаметре бура это можно сделать? Ответ дайте с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Если радиус наконечника равен r, а парабола, образующая полость, задается равенством $y= ax^2$, то условие задачи заключается в том, что полушар радиуса r с центром в точке (0,r) располагается внутри надграфика функции $y= ax^2$ и (0,0) – точка касания для окружности и параболы общей касательной - оси Ох. Аналитически это означает, что условие $y= ax^2$ влечет неравенство $x^2+(y-r)^2\geq r^2$, что эквивалентно неразрешимости неравенства
$x^2+(ax^2-r)^2<r^2$. Последнее эквивалентно неравенству $a^2x^2<2ar-1$, неразрешимость которого означает $2ar-1\leq 0$, откуда $r\leq 1/2a$. Отсюда следует, что искомое значение радиуса равно $1/2a$. При заданном значении параметра параболы получаем

Ответ: 0.35

Задание 7. Вариант 1.

При исследовании физических свойств олова образец металла был расплавлен, а затем медленно остывал. Оказалось, что разница температур образца и окружающей среды уменьшается на α = 20 % за $T = 2$ мин. Температура окружающей среды t_1 = 20 ºС. В некоторый момент времени температура образца t_2 = 220 ºС. Сколько минут нужно, чтобы образец остыл до температуры t_3 = 120 ºС ? Ответ округлите до целых.

Решение

За время T разность температур изменится от первоначальной $(t_2 - t_1)$ до

$$(t_2 - t_1)\cdot(1-\alpha),$$

за $2T$ – до

$$(t_2 - t_1)\cdot(1-\alpha)^2,$$

за $\tau = mT$ – до

$$(t_2 - t_1)\cdot(1-\alpha)^m.$$

Отсюда получаем уравнение для m:

$$(t_2 - t_1)\cdot(1-\alpha)^m = t_3 - t_1,$$

откуда

$$(1-\alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}.$$

В общем виде отсюда получим

$$m = \frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1-\alpha)}, \quad \tau = mT = T\frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1-\alpha)} = 2\cdot\frac{\lg 0{,}5}{\lg 0{,}8} \approx 6\text{ мин.}$$

Этот же ответ с указанной в условии точностью можно получить и без использования логарифмов. Подставим в уравнение

$$(1-\alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}$$

числовые данные из условия задачи. Получим

$$0{,}8^m = 0{,}5.$$

При $T = 2$ мин. задание $\tau = mT$ с точностью до одной минуты означает, то m должно быть округлено до целого или полуцелого числа. Легко проверить, что

при $m = 3$ $\quad 0{,}8^m = 0{,}512,$

при $m = 2{,}5$ $\quad 0{,}8^m = 0{,}572,$

при $m = 3{,}5$ $\quad 0{,}8^m = 0{,}458.$

Очевидно, что искомый корень с заданной точностью – это $m = 3$. Тогда $\tau = mT = 6$ мин.

Ответ:

$$\tau = T\frac{lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{lg(1-\alpha)} \approx 6\text{ мин.}$$

Задание 7. Вариант 2.

При исследовании физических свойств олова образец металла был расплавлен, а затем медленно остывал. Оказалось, что разница температур образца и окружающей среды уменьшается на α = 20 % за $T = 2$ мин. Температура окружающей среды t_1 = 20 ºС. В некоторый момент времени температура образца t_2 = 220 ºС. Сколько минут нужно, чтобы образец остыл до температуры t_3 = 100 ºС ? Ответ округлите до целых.

Решение

За время T разность температур изменится от первоначальной $(t_2 - t_1)$ до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha),$$

за $2T$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^2,$$

за $\tau = mT$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^m.$$

Отсюда получаем уравнение для m:

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^m = t_3 - t_1,$$

откуда

$$(1 - \alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}.$$

В общем виде отсюда получим

$$m = \frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1 - \alpha)}, \quad \tau = mT = T\frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1 - \alpha)} = 2 \cdot \frac{\lg 0{,}5}{\lg 0{,}8} \approx 6 \text{ мин.}$$

Этот же ответ с указанной в условии точностью можно получить и без использования логарифмов. Подставим в уравнение

$$(1 - \alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}$$

числовые данные из условия задачи. Получим

Ответ:

$$\tau = T\frac{lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{lg(1 - \alpha)} \approx 8 \text{ мин.}$$

Задание 7. Вариант 3.

При исследовании физических свойств олова образец металла был расплавлен, а затем медленно остывал. Оказалось, что разница температур образца и окружающей среды уменьшается на $\alpha = 20$ % за $T = 2$ мин. Температура окружающей среды $t_1 = 20$ ºС. В некоторый момент времени температура образца $t_2 = 220$ ºС. Сколько минут нужно, чтобы образец остыл до температуры $t_3 = 70$ ºС ? Ответ округлите до целых.

Решение

За время T разность температур изменится от первоначальной $(t_2 - t_1)$ до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha),$$

за $2T$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^2,$$

за $\tau = mT$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^m.$$

Отсюда получаем уравнение для m:

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^m = t_3 - t_1,$$

откуда

$$(1 - \alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}.$$

В общем виде отсюда получим

$$m = \frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1 - \alpha)}, \quad \tau = mT = T\frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1 - \alpha)} = 2 \cdot \frac{\lg 0{,}5}{\lg 0{,}8} \approx 6 \text{ мин.}$$

Этот же ответ с указанной в условии точностью можно получить и без использования логарифмов. Подставим в уравнение

$$(1-\alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}$$

числовые данные из условия задачи. Получим

Ответ:

$$\tau = T\frac{lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{lg(1-\alpha)} \approx 12 \text{ мин.}$$

Задание 7. Вариант 4.

При исследовании физических свойств олова образец металла был расплавлен, а затем медленно остывал. Оказалось, что разница температур образца и окружающей среды уменьшается на α = 20 % за T = 2 мин. Температура окружающей среды t_1 = 20 ºС. В некоторый момент времени температура образца t_2 = 220 ºС. Сколько минут нужно, чтобы образец остыл до температуры t_3 = 60 ºС ? Ответ округлите до целых.

Решение

За время T разность температур изменится от первоначальной $(t_2 - t_1)$ до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1-\alpha),$$

за $2T$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1-\alpha)^2,$$

за $\tau = mT$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1-\alpha)^m.$$

Отсюда получаем уравнение для m:

$$(t_2 - t_1) \cdot (1-\alpha)^m = t_3 - t_1,$$

откуда

$$(1-\alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}.$$

В общем виде отсюда получим

$$m = \frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1-\alpha)}, \quad \tau = mT = T\frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1-\alpha)} = 2 \cdot \frac{\lg 0{,}5}{\lg 0{,}8} \approx 6 \text{ мин.}$$

Этот же ответ с указанной в условии точностью можно получить и без использования логарифмов. Подставим в уравнение

$$(1-\alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}$$

числовые данные из условия задачи. Получим

Ответ:

$$\tau = T\frac{lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{lg(1-\alpha)} \approx 14 \text{ мин.}$$

Задание 7. Вариант 5.

При исследовании физических свойств олова образец металла был расплавлен, а затем медленно остывал. Оказалось, что разница температур образца и окружающей среды уменьшается на α = 20 % за T = 3 мин. Температура окружающей среды t_1 = 20 ºС. В некоторый момент времени температура образца t_2 = 180 ºС. Сколько минут нужно, чтобы образец остыл до температуры t_3 = 100 ºС ? Ответ округлите до целых.

Решение

За время T разность температур изменится от первоначальной $(t_2 - t_1)$ до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha),$$

за $2T$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^2,$$

за $\tau = mT$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^m.$$

Отсюда получаем уравнение для m:

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^m = t_3 - t_1,$$

откуда

$$(1 - \alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}.$$

В общем виде отсюда получим

$$m = \frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1 - \alpha)}, \quad \tau = mT = T\frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1 - \alpha)} = 2 \cdot \frac{\lg 0{,}5}{\lg 0{,}8} \approx 6 \text{ мин.}$$

Этот же ответ с указанной в условии точностью можно получить и без использования логарифмов. Подставим в уравнение

$$(1 - \alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}$$

числовые данные из условия задачи. Получим

Ответ:

$$\tau = T\frac{lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{lg(1 - \alpha)} \approx 9 \text{ мин.}$$

Задание 7. Вариант 6.

При исследовании физических свойств олова образец металла был расплавлен, а затем медленно остывал. Оказалось, что разница температур образца и окружающей среды уменьшается на α = 20 % за T = 3 мин. Температура окружающей среды t_1 = 20 ºC. В некоторый момент времени температура образца t_2 = 180 ºC. Сколько минут нужно, чтобы образец остыл до температуры t_3 = 70 ºC ? Ответ округлите до целых.

Решение

За время T разность температур изменится от первоначальной $(t_2 - t_1)$ до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha),$$

за $2T$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^2,$$

за $\tau = mT$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^m.$$

Отсюда получаем уравнение для m:

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^m = t_3 - t_1,$$

откуда

$$(1 - \alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}.$$

В общем виде отсюда получим

$$m = \frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1 - \alpha)}, \quad \tau = mT = T\frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1 - \alpha)} = 2 \cdot \frac{\lg 0{,}5}{\lg 0{,}8} \approx 6 \text{ мин.}$$

Этот же ответ с указанной в условии точностью можно получить и без использования логарифмов. Подставим в уравнение

$$(1-\alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}$$

числовые данные из условия задачи. Получим

Ответ:

$$\tau = T\frac{lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{lg(1-\alpha)} \approx 15 \text{ мин.}$$

Задание 7. Вариант 7.

При исследовании физических свойств олова образец металла был расплавлен, а затем медленно остывал. Оказалось, что разница температур образца и окружающей среды уменьшается на $\alpha = 20$ % за $T = 3$ мин. Температура окружающей среды $t_1 = 20$ ºС. В некоторый момент времени температура образца $t_2 = 180$ ºС. Сколько минут нужно, чтобы образец остыл до температуры $t_3 = 60$ ºС ? Ответ округлите до целых.

Решение

За время T разность температур изменится от первоначальной $(t_2 - t_1)$ до

$$(t_2 - t_1)\cdot(1-\alpha),$$

за $2T$ – до

$$(t_2 - t_1)\cdot(1-\alpha)^2,$$

за $\tau = mT$ – до

$$(t_2 - t_1)\cdot(1-\alpha)^m.$$

Отсюда получаем уравнение для m:

$$(t_2 - t_1)\cdot(1-\alpha)^m = t_3 - t_1,$$

откуда

$$(1-\alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}.$$

В общем виде отсюда получим

$$m = \frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1-\alpha)}, \quad \tau = mT = T\frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1-\alpha)} = 2\cdot\frac{\lg 0{,}5}{\lg 0{,}8} \approx 6 \text{ мин.}$$

Этот же ответ с указанной в условии точностью можно получить и без использования логарифмов. Подставим в уравнение

$$(1-\alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}$$

числовые данные из условия задачи. Получим

Ответ:

$$\tau = T\frac{lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{lg(1-\alpha)} \approx 18 \text{ мин.}$$

Задание 7. Вариант 8.

При исследовании физических свойств олова образец металла был расплавлен, а затем медленно остывал. Оказалось, что разница температур образца и окружающей среды уменьшается на $\alpha = 20$ % за $T = 3$ мин. Температура окружающей среды $t_1 = 20$ ºС. В некоторый момент времени температура образца $t_2 = 180$ ºС. Сколько минут нужно, чтобы образец остыл до температуры $t_3 = 85$ ºС ? Ответ округлите до целых.

Решение

За время T разность температур изменится от первоначальной $(t_2 - t_1)$ до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha),$$

за $2T$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^2,$$

за $\tau = mT$ – до

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^m.$$

Отсюда получаем уравнение для m:

$$(t_2 - t_1) \cdot (1 - \alpha)^m = t_3 - t_1,$$

откуда

$$(1 - \alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}.$$

В общем виде отсюда получим

$$m = \frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1 - \alpha)}, \quad \tau = mT = T\frac{\lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{\lg(1 - \alpha)} = 2 \cdot \frac{\lg 0{,}5}{\lg 0{,}8} \approx 6 \text{ мин.}$$

Этот же ответ с указанной в условии точностью можно получить и без использования логарифмов. Подставим в уравнение

$$(1 - \alpha)^m = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}$$

числовые данные из условия задачи. Получим

Ответ:

$$\tau = T\frac{lg\left(\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}\right)}{lg(1 - \alpha)} \approx 12 \text{ мин.}$$

Задание 8. Вариант 1.

В результате таяния ледника количество воды *f(t)*, попадающей в подземный резервуар, и выраженное в литрах, подчиняется закону

$$f(t_1+t_2)=f(t_1)+f(t_2)+2\,t_1t_2\,,$$

где t_1, t_2 –время (в часах) после начала наблюдения.
Известно, что через 15 минут после начала наблюдения в резервуар попало 2.18 литров воды. Сколько воды попадет в резервуар через 40 минут после начала наблюдения? Температурный режим в процессе наблюдений не меняется. Ответ дайте в виде десятичной дроби с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Пусть f(0.25)=a, тогда f(0.5)=2a+1/8, f(1)=4a+3/4. Если f(1/3)=x, то f(2/3)=2x+2/9. f(1)=3x+2/9+4/9=3x+2/3=4a+3/4, отсюда f(2/3)= $\frac{8}{3}a+\frac{5}{18}$. При заданном значении a получаем

Ответ: 6.09

Задание 8. Вариант 2.

В результате таяния ледника количество воды *f(t)*, попадающей в подземный резервуар, и выраженное в литрах, подчиняется закону

$$f(t_1+t_2)=f(t_1)+f(t_2)+2\,t_1t_2\,,$$

где t_1, t_2 –время (в часах) после начала наблюдения.
Известно, что через 15 минут после начала наблюдения в резервуар попало 2.42 литров воды. Сколько воды попадет в резервуар еще через 40 минут после начала наблюдения? Температурный режим в процессе наблюдений не меняется. Ответ дайте в виде десятичной дроби с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Пусть f(0.25)=a, тогда f(0.5)=2a+1/8, f(1)=4a+3/4. Если f(1/3)=x, то f(2/3)=2x+2/9. f(1)=3x+2/9+4/9=3x+2/3=4a+3/4, отсюда f(2/3)= $\frac{8}{3}a+\frac{5}{18}$. При заданном значении a получаем

Ответ: 6.73

Задание 8. Вариант 3.

В результате таяния ледника количество воды *f(t)*, попадающей в подземный резервуар, и выраженное в литрах, подчиняется закону

$$f(t_1+t_2)=f(t_1)+f(t_2)+2\,t_1t_2,$$

где t_1, t_2 –время (в часах) после начала наблюдения.
Известно, что через 15 минут после начала наблюдения в резервуар попало 2.63 литров воды. Сколько воды попадет в резервуар через 40 минут после начала наблюдения? Температурный режим в процессе наблюдений не меняется. Ответ дайте в виде десятичной дроби с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Пусть f(0.25)=a, тогда f(0.5)=2a+1/8, f(1)=4a+3/4. Если f(1/3)=x, то f(2/3)=2x+2/9. f(1)=3x+2/9+4/9=3x+2/3=4a+3/4, отсюда f(2/3)= $\frac{8}{3}a+\frac{5}{18}$. При заданном значении а получаем

Ответ: 7.29

Задание 8. Вариант 4.

В результате таяния ледника количество воды *f(t)*, попадающей в подземный резервуар, и выраженное в литрах, подчиняется закону

$$f(t_1+t_2)=f(t_1)+f(t_2)+2\,t_1t_2,$$

где t_1, t_2 –время (в часах) после начала наблюдения.
Известно, что через 15 минут после начала наблюдения в резервуар попало 2.72 литров воды. Сколько воды попадет в резервуар через 40 минут после начала наблюдения? Температурный режим в процессе наблюдений не меняется. Ответ дайте в виде десятичной дроби с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Пусть f(0.25)=a, тогда f(0.5)=2a+1/8, f(1)=4a+3/4. Если f(1/3)=x, то f(2/3)=2x+2/9. f(1)=3x+2/9+4/9=3x+2/3=4a+3/4, отсюда f(2/3)= $\frac{8}{3}a+\frac{5}{18}$. При заданном значении а получаем

Ответ: 7.53

Задание 8. Вариант 5.

В результате таяния ледника количество воды *f(t)*, попадающей в подземный резервуар, и выраженное в литрах, подчиняется закону

$$f(t_1+t_2)=f(t_1)+f(t_2)+2\,t_1t_2\,,$$

где t_1, t_2 –время (в часах) после начала наблюдения.
Известно, что через 15 минут после начала наблюдения в резервуар попало 2.84 литров воды. Сколько воды попадет в резервуар через 40 минут после начала наблюдения? Температурный режим в процессе наблюдений не меняется. Ответ дайте в виде десятичной дроби с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Пусть f(0.25)=a, тогда f(0.5)=2a+1/8, f(1)=4a+3/4. Если f(1/3)=x, то f(2/3)=2x+2/9. f(1)=3x+2/9+4/9=3x+2/3=4a+3/4, отсюда f(2/3)= $\frac{8}{3}a+\frac{5}{18}$. При заданном значении a получаем

Ответ: 7.85

Задание 8. Вариант 6.

В результате таяния ледника количество воды *f(t)*, попадающей в подземный резервуар, и выраженное в литрах, подчиняется закону

$$f(t_1+t_2)=f(t_1)+f(t_2)+2\,t_1t_2\,,$$

где t_1, t_2 –время (в часах) после начала наблюдения.
Известно, что через 15 минут после начала наблюдения в резервуар попало 2.96 литров воды. Сколько воды попадет в резервуар через 40 минут после начала наблюдения? Температурный режим в процессе наблюдений не меняется. Ответ дайте в виде десятичной дроби с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Пусть f(0.25)=a, тогда f(0.5)=2a+1/8, f(1)=4a+3/4. Если f(1/3)=x, то f(2/3)=2x+2/9. f(1)=3x+2/9+4/9=3x+2/3=4a+3/4, отсюда f(2/3)= $\frac{8}{3}a+\frac{5}{18}$. При заданном значении a получаем

Ответ: 8.17

Задание 8. Вариант 7.

В результате таяния ледника количество воды *f(t)*, попадающей в подземный резервуар, и выраженное в литрах, подчиняется закону

$$f(t_1+t_2)=f(t_1)+f(t_2)+2\,t_1t_2\,,$$

где t_1, t_2 –время (в часах) после начала наблюдения.
Известно, что через 15 минут после начала наблюдения в резервуар попало 3.11 литров воды. Сколько воды попадет в резервуар через 40 минут после начала наблюдения? Температурный режим в процессе наблюдений не меняется. Ответ дайте в виде десятичной дроби с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Пусть f(0.25)=a, тогда f(0.5)=2a+1/8, f(1)=4a+3/4. Если f(1/3)=x, то f(2/3)=2x+2/9. f(1)=3x+2/9+4/9=3x+2/3=4a+3/4, отсюда f(2/3)= $\frac{8}{3}a+\frac{5}{18}$. При заданном значении a получаем

Ответ: 8.57

Задание 8. Вариант 8.

В результате таяния ледника количество воды *f(t)*, попадающей в подземный резервуар, и выраженное в литрах, подчиняется закону

$$f(t_1+t_2)=f(t_1)+f(t_2)+2\,t_1t_2\,,$$

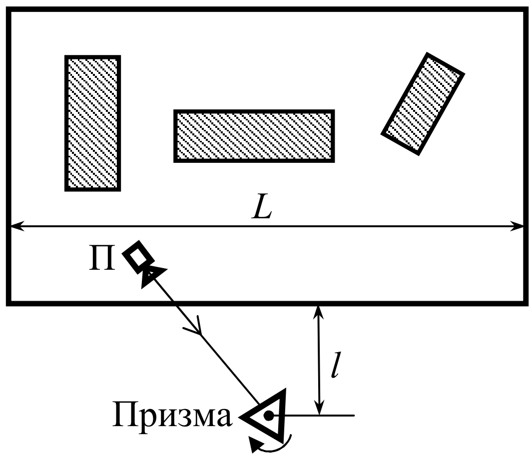
где t_1, t_2 –время (в часах) после начала наблюдения.
Известно, что через 15 минут после начала наблюдения в резервуар попало 3.32 литров воды. Сколько воды попадет в резервуар через 40 минут после начала наблюдения? Температурный режим в процессе наблюдений не меняется. Ответ дайте в виде десятичной дроби с точностью до 0.01 (в качестве разделителя используйте точку).

Решение. Пусть f(0.25)=a, тогда f(0.5)=2a+1/8, f(1)=4a+3/4. Если f(1/3)=x, то f(2/3)=2x+2/9. f(1)=3x+2/9+4/9=3x+2/3=4a+3/4, отсюда f(2/3)= $\frac{8}{3}a+\frac{5}{18}$. При заданном значении a получаем

Ответ: 9.13

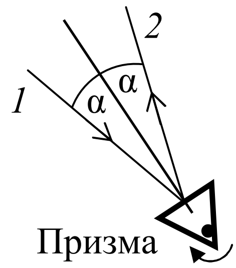
Задание 9. Вариант 1.

Прямоугольный участок базы геологоразведочного оборудования обнесён забором. Для ночного освещения одной из сторон забора длиной $L = 100$ м предложен следующий проект. На участке базы над забором ставится прожекторП. Снаружи напротив середины забора на расстоянии $l = 20$ м от него на вертикальной оси равномерно вращается треугольная призма из плоских зеркал. Период вращения призмы $T = 1{,}2$ с. Луч света от прожектора освещает призму (см. рисунок, вид сверху), отражается от зеркала и попадает на забор. Какова <u>минимальная</u> скорость светового «зайчика», бегущего по забору? Ответ в м/с округлите до целых.



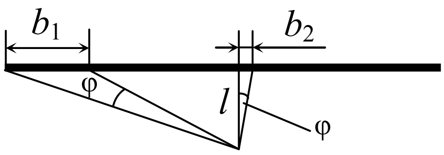
Решение

Луч *1*, падающий на зеркальную призму от прожектора, образует с перпендикуляром к плоскости призмы угол α. Угол между падающим лучом *1* и отражённым от зеркала лучом *2* по закону отражения равен 2α. Значит, при повороте призмы на любой угол отражённый луч повернётся на вдвое больший угол. Поэтому угловая скорость отражённого луча вдвое больше угловой скорости вращения призмы:



$$\omega = 2\omega_{\text{призмы}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{T}.$$

Пусть за короткое время τ отражённый от зеркала луч поворачивается на угол $\varphi = \omega\tau$. За это время «зайчик» пробежит по забору расстояние b_1на краю забора или расстояние b_2 в середине забора. Судя по рисунку, $b_2 < b_1$, причём минимум b_2 достигается, когда «зайчик» бежит по забору строго напротив зеркальной призмы. Значит, в этот момент скорость «зайчика» минимальна. Но в этом положении она равна линейной скорости точки, движущейся по окружности с центром на оси вращения призмы и радиусом *l*. Таким образом,



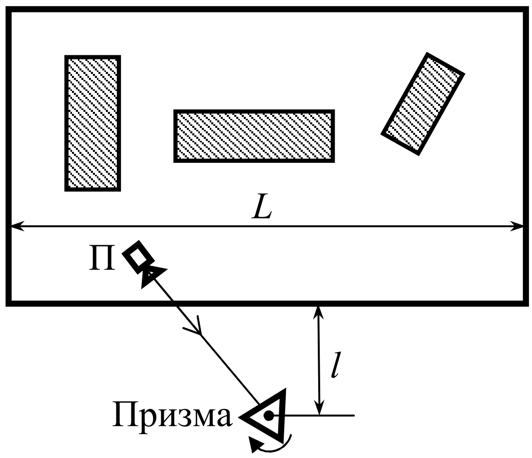
$$v_{min} = \omega l = \frac{4\pi}{T} l.$$

Ответ:

$$v_{min} = \frac{4\pi}{T} l \approx 209 \text{ м/с}.$$

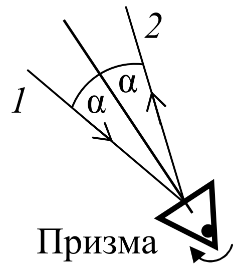
Задание 9. Вариант 2.

Прямоугольный участок базы геологоразведочного оборудования обнесён забором. Для ночного освещения одной из сторон забора длиной $L = 100$ м предложен следующий проект. На участке базы над забором ставится прожекторП. Снаружи напротив середины забора на расстоянии $l = 20$ м от него на вертикальной оси равномерно вращается треугольная призма из плоских зеркал. Период вращения призмы $T = 1{,}0$ с. Луч света от прожектора освещает призму (см. рисунок, вид сверху), отражается от зеркала и попадает на забор. Какова <u>минимальная</u> скорость светового «зайчика», бегущего по забору?Ответ в м/с округлите до целых.



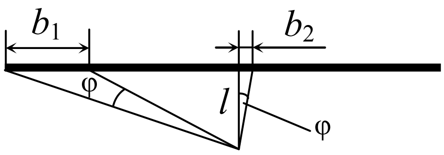
Решение

Луч *1*, падающий на зеркальную призму от прожектора, образует с перпендикуляром к плоскости призмы угол α. Угол между падающим лучом *1* и отражённым от зеркала лучом *2* по закону отражения равен 2α. Значит, при повороте призмы на любой угол отражённый луч повернётся на вдвое больший угол. Поэтому угловая скорость отражённого луча вдвое больше угловой скорости вращения призмы:



$$\omega = 2\omega_{\text{призмы}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{T}.$$

Пусть за короткое время τ отражённый от зеркала луч поворачивается на угол $\varphi = \omega\tau$. За это время «зайчик» пробежит по забору расстояние b_1на краю забора или расстояние b_2 в середине забора. Судя по рисунку, $b_2 < b_1$, причём минимум b_2 достигается, когда «зайчик» бежит по забору строго напротив зеркальной призмы. Значит, в этот момент скорость «зайчика» минимальна. Но в этом положении она равна линейной скорости точки, движущейся по окружности с центром на оси вращения призмы и радиусом *l*. Таким образом,



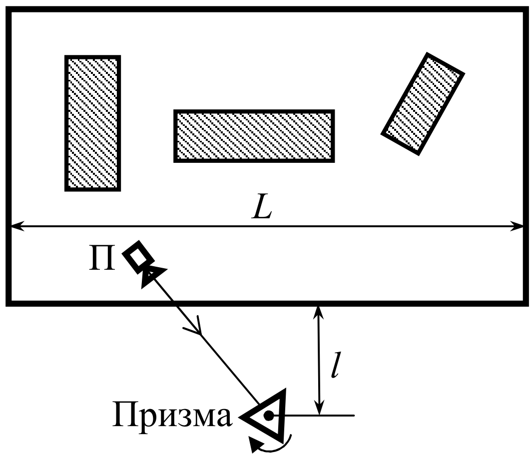
$$v_{min} = \omega l = \frac{4\pi}{T} l.$$

Ответ:

$$v_{min} = \frac{4\pi}{T} l \approx 251 \text{ м/с}.$$

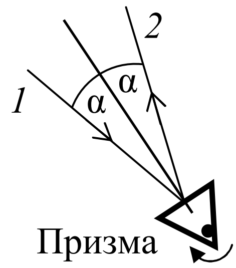
Задание 9. Вариант 3.

Прямоугольный участок базы геологоразведочного оборудования обнесён забором. Для ночного освещения одной из сторон забора длиной $L = 100$ м предложен следующий проект. На участке базы над забором ставится прожекторП. Снаружи напротив середины забора на расстоянии $l = 20$ м от него на вертикальной оси равномерно вращается треугольная призма из плоских зеркал. Период вращения призмы $T = 0{,}9$ с. Луч света от прожектора освещает призму (см. рисунок, вид сверху), отражается от зеркала и попадает на забор. Какова <u>минимальная</u> скорость светового «зайчика», бегущего по забору?Ответ в м/с округлите до целых.



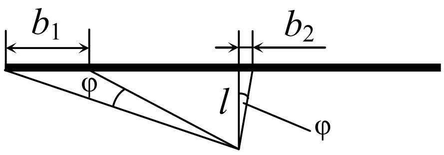
Решение

Луч *1*, падающий на зеркальную призму от прожектора, образует с перпендикуляром к плоскости призмы угол α. Угол между падающим лучом *1* и отражённым от зеркала лучом *2* по закону отражения равен 2α. Значит, при повороте призмы на любой угол отражённый луч повернётся на вдвое больший угол. Поэтому угловая скорость отражённого луча вдвое больше угловой скорости вращения призмы:



$$\omega = 2\omega_{\text{призмы}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{T}.$$

Пусть за короткое время τ отражённый от зеркала луч поворачивается на угол $\varphi = \omega\tau$. За это время «зайчик» пробежит по забору расстояние b_1на краю забора или расстояние b_2 в середине забора. Судя по рисунку, $b_2 < b_1$, причём минимум b_2 достигается, когда «зайчик» бежит по забору строго напротив зеркальной призмы. Значит, в этот момент скорость «зайчика» минимальна. Но в этом положении она равна линейной скорости точки, движущейся по окружности с центром на оси вращения призмы и радиусом *l*. Таким образом,

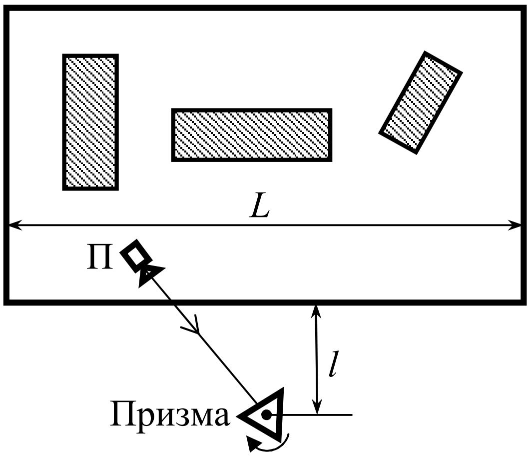


$$v_{min} = \omega l = \frac{4\pi}{T} l.$$

Ответ:

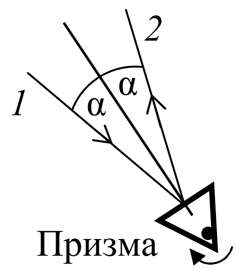
$$v_{min} = \frac{4\pi}{T} l \approx 279 \text{ м/с}.$$

Задание 9. Вариант 4.



Прямоугольный участок базы геологоразведочного оборудования обнесён забором. Для ночного освещения одной из сторон забора длиной $L = 100$ м предложен следующий проект. На участке базы над забором ставится прожекторП. Снаружи напротив середины забора на расстоянии $l = 20$ м от него на вертикальной оси равномерно вращается треугольная призма из плоских зеркал. Период вращения призмы $T = 0{,}7$ с. Луч света от прожектора освещает призму (см. рисунок, вид сверху), отражается от зеркала и попадает на забор. Какова <u>минимальная</u> скорость светового «зайчика», бегущего по забору? Ответ в м/с округлите до целых.

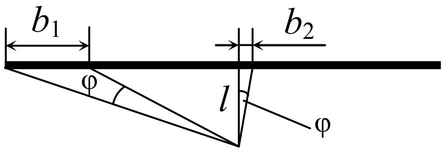
Решение



Луч *1*, падающий на зеркальную призму от прожектора, образует с перпендикуляром к плоскости призмы угол α. Угол между падающим лучом *1* и отражённым от зеркала лучом *2* по закону отражения равен 2α. Значит, при повороте призмы на любой угол отражённый луч повернётся на вдвое больший угол. Поэтому угловая скорость отражённого луча вдвое больше угловой скорости вращения призмы:

$$\omega = 2\omega_{\text{призмы}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{T}.$$

Пусть за короткое время τ отражённый от зеркала луч поворачивается на угол $\varphi = \omega\tau$. За это время «зайчик» пробежит по забору расстояние b_1на краю забора или расстояние b_2 в середине забора. Судя по рисунку, $b_2 < b_1$, причём минимум b_2 достигается, когда «зайчик» бежит по забору строго напротив зеркальной призмы. Значит, в этот момент скорость «зайчика» минимальна. Но в этом положении она равна линейной скорости точки, движущейся по окружности с центром на оси вращения призмы и радиусом *l*. Таким образом,



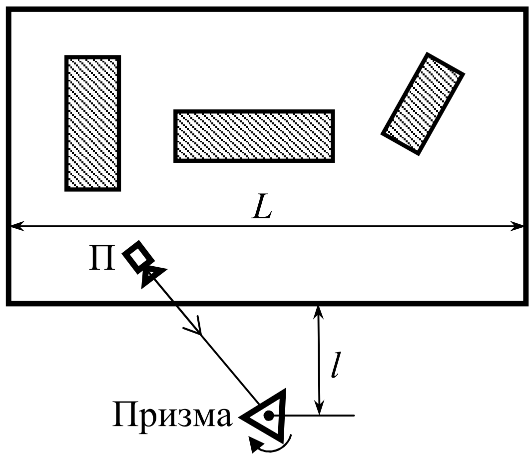
$$v_{min} = \omega l = \frac{4\pi}{T} l.$$

Ответ:

$$v_{min} = \frac{4\pi}{T} l \approx 359 \text{ м/с}.$$

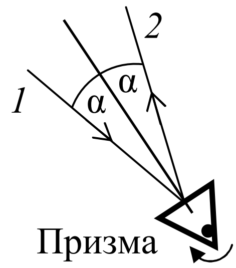
Задание 9. Вариант 5.

Прямоугольный участок базы геологоразведочного оборудования обнесён забором. Для ночного освещения одной из сторон забора длиной $L = 100$ м предложен следующий проект. На участке базы над забором ставится прожекторП. Снаружи напротив середины забора на расстоянии $l = 25$ м от него на вертикальной оси равномерно вращается треугольная призма из плоских зеркал. Период вращения призмы $T = 1{,}2$ с. Луч света от прожектора освещает призму (см. рисунок, вид сверху), отражается от зеркала и попадает на забор. Какова <u>минимальная</u> скорость светового «зайчика», бегущего по забору?Ответ в м/с округлите до целых.



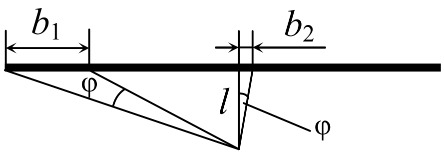
Решение

Луч *1*, падающий на зеркальную призму от прожектора, образует с перпендикуляром к плоскости призмы угол α. Угол между падающим лучом *1* и отражённым от зеркала лучом *2* по закону отражения равен 2α. Значит, при повороте призмы на любой угол отражённый луч повернётся на вдвое больший угол. Поэтому угловая скорость отражённого луча вдвое больше угловой скорости вращения призмы:



$$\omega = 2\omega_{\text{призмы}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{T}.$$

Пусть за короткое время τ отражённый от зеркала луч поворачивается на угол $\varphi = \omega\tau$. За это время «зайчик» пробежит по забору расстояние b_1на краю забора или расстояние b_2 в середине забора. Судя по рисунку, $b_2 < b_1$, причём минимум b_2 достигается, когда «зайчик» бежит по забору строго напротив зеркальной призмы. Значит, в этот момент скорость «зайчика» минимальна. Но в этом положении она равна линейной скорости точки, движущейся по окружности с центром на оси вращения призмы и радиусом *l*. Таким образом,

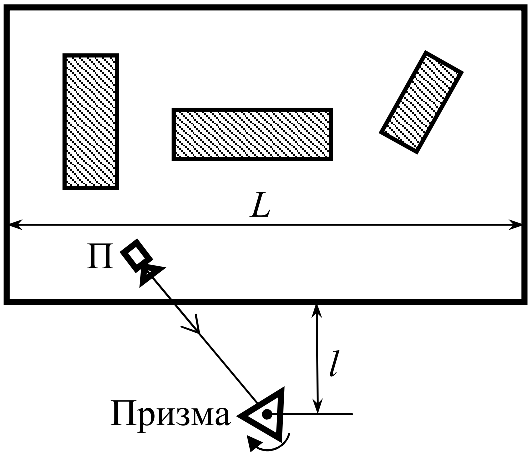


$$v_{min} = \omega l = \frac{4\pi}{T} l.$$

Ответ:

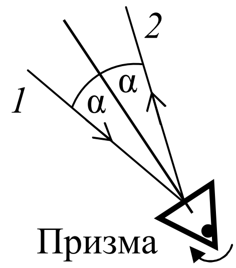
$$v_{min} = \frac{4\pi}{T} l \approx 262 \text{ м/с}.$$

Задание 9. Вариант 6.



Прямоугольный участок базы геологоразведочного оборудования обнесён забором. Для ночного освещения одной из сторон забора длиной $L = 100$ м предложен следующий проект. На участке базы над забором ставится прожекторП. Снаружи напротив середины забора на расстоянии $l = 25$ м от него на вертикальной оси равномерно вращается треугольная призма из плоских зеркал. Период вращения призмы $T = 1{,}1$ с. Луч света от прожектора освещает призму (см. рисунок, вид сверху), отражается от зеркала и попадает на забор. Какова минимальная скорость светового «зайчика», бегущего по забору? Ответ в м/с округлите до целых.

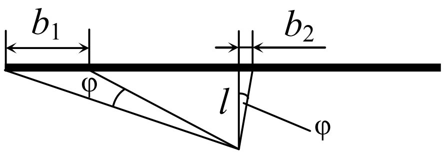
Решение



Луч *1*, падающий на зеркальную призму от прожектора, образует с перпендикуляром к плоскости призмы угол α. Угол между падающим лучом *1* и отражённым от зеркала лучом *2* по закону отражения равен 2α. Значит, при повороте призмы на любой угол отражённый луч повернётся на вдвое больший угол. Поэтому угловая скорость отражённого луча вдвое больше угловой скорости вращения призмы:

$$\omega = 2\omega_{\text{призмы}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{T}.$$

Пусть за короткое время τ отражённый от зеркала луч поворачивается на угол $\varphi = \omega\tau$. За это время «зайчик» пробежит по забору расстояние b_1на краю забора или расстояние b_2 в середине забора. Судя по рисунку, $b_2 < b_1$, причём минимум b_2 достигается, когда «зайчик» бежит по забору строго напротив зеркальной призмы. Значит, в этот момент скорость «зайчика» минимальна. Но в этом положении она равна линейной скорости точки, движущейся по окружности с центром на оси вращения призмы и радиусом l. Таким образом,



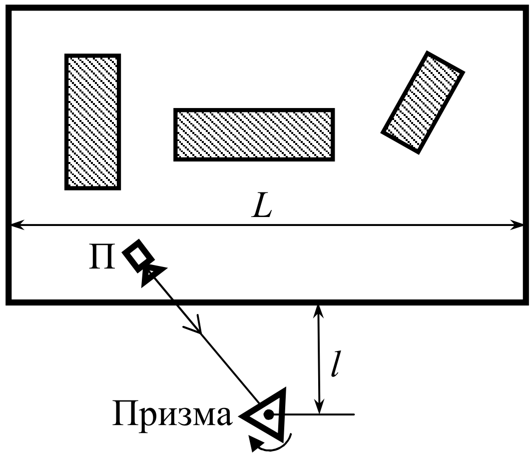
$$v_{min} = \omega l = \frac{4\pi}{T} l.$$

Ответ:

$$v_{min} = \frac{4\pi}{T} l \approx 286 \text{ м/с}.$$

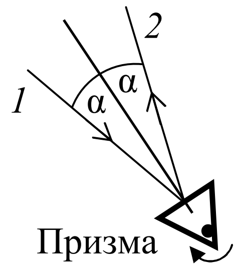
Задание 9. Вариант 7.

Прямоугольный участок базы геологоразведочного оборудования обнесён забором. Для ночного освещения одной из сторон забора длиной $L = 100$ м предложен следующий проект. На участке базы над забором ставится прожекторП. Снаружи напротив середины забора на расстоянии $l = 25$ м от него на вертикальной оси равномерно вращается треугольная призма из плоских зеркал. Период вращения призмы $T = 0{,}9$ с. Луч света от прожектора освещает призму (см. рисунок, вид сверху), отражается от зеркала и попадает на забор. Какова <u>минимальная</u> скорость светового «зайчика», бегущего по забору?Ответ в м/с округлите до целых.



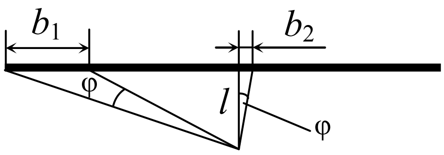
Решение

Луч *1*, падающий на зеркальную призму от прожектора, образует с перпендикуляром к плоскости призмы угол α. Угол между падающим лучом *1* и отражённым от зеркала лучом *2* по закону отражения равен 2α. Значит, при повороте призмы на любой угол отражённый луч повернётся на вдвое больший угол. Поэтому угловая скорость отражённого луча вдвое больше угловой скорости вращения призмы:



$$\omega = 2\omega_{\text{призмы}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{T}.$$

Пусть за короткое время τ отражённый от зеркала луч поворачивается на угол $\varphi = \omega\tau$. За это время «зайчик» пробежит по забору расстояние b_1на краю забора или расстояние b_2 в середине забора. Судя по рисунку, $b_2 < b_1$, причём минимум b_2 достигается, когда «зайчик» бежит по забору строго напротив зеркальной призмы. Значит, в этот момент скорость «зайчика» минимальна. Но в этом положении она равна линейной скорости точки, движущейся по окружности с центром на оси вращения призмы и радиусом *l*. Таким образом,



$$v_{min} = \omega l = \frac{4\pi}{T} l.$$

Ответ:

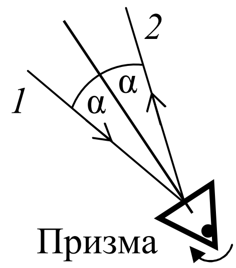
$$v_{min} = \frac{4\pi}{T} l \approx 349 \text{ м/с}.$$

Задание 9. Вариант 8.

Прямоугольный участок базы геологоразведочного оборудования обнесён забором. Для ночного освещения одной из сторон забора длиной $L = 100$ м предложен следующий проект. На участке базы над забором ставится прожекторП. Снаружи напротив середины забора на расстоянии $l = 20$ м от него на вертикальной оси равномерно вращается треугольная призма из плоских зеркал. Период вращения призмы $T = 0{,}7$ с. Луч света от прожектора освещает призму (см. рисунок, вид сверху), отражается от зеркала и попадает на забор. Какова <u>минимальная</u> скорость светового «зайчика», бегущего по забору? Ответ в м/с округлите до целых.

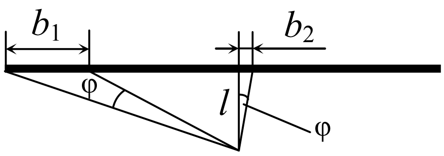
Решение

Луч *1*, падающий на зеркальную призму от прожектора, образует с перпендикуляром к плоскости призмы угол α. Угол между падающим лучом *1* и отражённым от зеркала лучом *2* по закону отражения равен 2α. Значит, при повороте призмы на любой угол отражённый луч повернётся на вдвое больший угол. Поэтому угловая скорость отражённого луча вдвое больше угловой скорости вращения призмы:



$$\omega = 2\omega_{\text{призмы}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{T}.$$

Пусть за короткое время τ отражённый от зеркала луч поворачивается на угол $\varphi = \omega\tau$. За это время «зайчик» пробежит по забору расстояние b_1на краю забора или расстояние b_2 в середине забора. Судя по рисунку, $b_2 < b_1$, причём минимум b_2 достигается, когда «зайчик» бежит по забору строго напротив зеркальной призмы. Значит, в этот момент скорость «зайчика» минимальна. Но в этом положении она равна линейной скорости точки, движущейся по окружности с центром на оси вращения призмы и радиусом *l*. Таким образом,



$$v_{min} = \omega l = \frac{4\pi}{T} l.$$

Ответ:

$$v_{min} = \frac{4\pi}{T} l \approx 449 \text{ м/с}.$$