2020г.

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

Заключительный этап (11 класс)

Решения и ответы

Задание 1. (20 баллов)

Прогноз возможности обнаружения месторождения углеводородов при учете рисковых факторов показал, что оценка вероятности (P) обнаружения месторождения в зависимости от объема (V, млн. т) заключенного в месторождении углеводородного флюида достаточно точно описывается равенством $P = a + 0.1 + \sqrt{a + \frac{V}{4000}} - (\frac{V}{4000})^2$, $a > 0 -$ рисковый параметр. При каком минимально возможном значении данного параметра месторождение объема не более 4800 млн. т обнаруживается с вероятностью не менее 0.1?

Решение.

Обозначим t= $\frac{V}{4000}$ и рассмотрим равенство $a + \sqrt{a+t} - t^2 = 0$. Для его решения обозначим $u = \sqrt{a+t}$, тогда уравнение сведется к системе

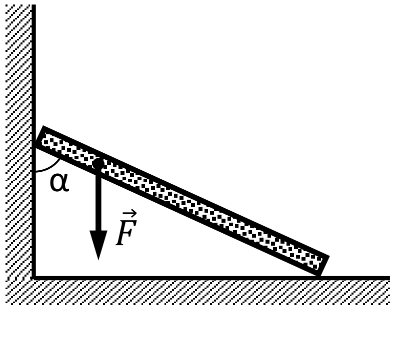
$$\begin{cases} t^2 - a = u, \\ u^2 - a = t, \\ t, u \geq 0. \end{cases}$$

Вычитание уравнений приведет к равенству $t^2 - u^2 = u - t <=> \left[\begin{array}{l} u = t, \\ t + u = -1. \end{array}\right.$

В силу неотрицательности неизвестных возможен лишь случай $u = t$, откуда $t = \frac{1+\sqrt{1+4a}}{2}$. Далее, для функции $f(t) = a + 0.1 + \sqrt{a+t} - t^2$ выражение $f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{a+t}} - 2t$ определяет отрицательные значения ее производной при $t > \frac{1+\sqrt{1+4a}}{2}$. Следовательно, $f(t) \geq 0.1$ при $t \leq \frac{1+\sqrt{1+4a}}{2} <=> V \leq 2000(1 + \sqrt{1+4a})$. Ответ на вопрос задачи соответствует тем значениям параметра, при которых $1 + \sqrt{1+4a} \geq 2.4$, откуда искомое значение параметра равно 0.24.

Ответ: 0.24.

Задание 2. (15 баллов)



Тонкая однородная плита массой m в виде прямоугольного параллелепипеда одним ребром опирается на вертикальную отвесную стену, образуя с ней угол α, а другим – на горизонтальную плоскость. На плиту действует сила $\vec{F}$, направленная по вертикали вниз (см. рис.). Каково максимально возможное значение угла α, при котором, независимо от величины этой силы и точки её приложения к плите, плита не соскользнёт по стене вниз на горизонтальную плоскость? Трением плиты о вертикальную стену пренебречь. Коэффициент трения плиты о горизонтальную плоскость μ = 0,75. В ответе достаточно указать значение $\operatorname{tg}\alpha_{max}$.

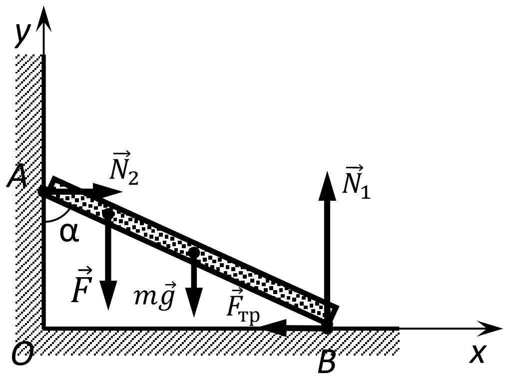
Решение.

1. Любое движение плиты как твёрдого тела сводится к вращательному и поступательному движению. Поэтому в ИСО, связанной с Землёй, плита останется в покое, если выполнены два условия:

а) сумма сил, приложенных к плите, равна нулю;

б) сумма моментов этих сил относительно оси, перпендикулярной плоскости рисунка, равна нулю.

2. Покажем силы, приложенные к плите (см. рисунок). Запишем условие а) в проекциях на оси системы координат:



$$N_2 - F_{тр} = 0;$$

$$N_1 - F - mg = 0.$$

При максимальном значении угла α сила трения максимальна:

$$F_{тр} = \mu N_1 = \mu(F + mg).$$

3. Рассмотрим моменты сил относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через точку B. Тогда получим условие равновесия плиты в виде:

$$Fx\sin\alpha_{max} + mg\frac{L}{2}\sin\alpha_{max} - N_2 L\cos\alpha_{max} = 0.$$

Здесь $L = AB$, x – расстояние от точки B до точки приложения силы $\vec{F}$.

Подставив сюда $N_2 = F_{тр} = \mu(F + mg)$, получим:

$$Fx\sin\alpha_{max} + mg\frac{L}{2}\sin\alpha_{max} - \mu(F + mg)L\cos\alpha_{max} = 0,$$

откуда

$$\operatorname{tg}\alpha_{max} = \frac{\mu(F + mg)L}{Fx + mg\frac{L}{2}}.$$

По условию точка приложения силы $\vec{F}$ произвольна, поэтому выберем наихудший случай, когда $x = L$. Тогда

$$\operatorname{tg}\alpha_{max} = \frac{\mu(F + mg)}{F + \frac{mg}{2}}.$$

Модуль силы $\vec{F}$ может быть любым. При изменении F от 0 до ∞ дробь

$$\frac{F+mg}{F+\frac{mg}{2}}$$

монотонно убывает от 2μ до μ. Так как плита должна оставаться в покое при любых значениях F, в том числе и при очень больших, выберем наименьшее значение этой дроби и получим

$$\operatorname{tg}\alpha_{max} = \mu.$$

Ответ: $\operatorname{tg}\alpha_{max} = \mu = 0{,}75.$

Задание 3. (20 баллов)

Исследуемый кристалл имеет форму прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ ($AA_1||BB_1||CC_1$) с верхним и нижним основаниями ABC и $A_1B_1C_1$ соответственно и высотой, равной $\frac{1}{4}$ мм. Основания призмы представляют собой равнобедренные треугольники: $BA = BC = \frac{3}{4}$ мм, угол ABC равен $2\arcsin\frac{1}{3}$. Для изучения минерального состава этот кристалл разрезается на две равные по объему части плоскостью, проходящей через центр боковой грани AA_1C_1C таким образом, чтобы угол наклона этой плоскости к плоскости основания не превышал $arctg\frac{2AA_1}{AC}$ и площадь сечения была максимально возможной при данных условиях. Чему равен угол наклона плоскости разреза к плоскости основания?

Решение.

Поскольку плоскость разреза делит пополам объем призмы, то эта плоскость проходит через точки O и K – центр грани AA_1C_1C и середину ребра BB_1 соответственно. Отрезок OK параллелен высоте BH основания ABC, следовательно прямая пересечения плоскости разреза и плоскости основания параллельна OK. Кроме того, наклонная плоскость максимальной площади не пересекает отрезки AA_1 и C_1C, поскольку увеличение угла наклона плоскости разреза по отношению к основаниям приведет к увеличению площади сечения. Таким образом, сечение пересекает грань ABC по прямой MN, параллельной высоте BH. Площадь прямоугольной трапеции $OMNK$, равная половине площади сечения, вычисляется как $\frac{1}{2}(MN + OK)\cdot OM$. Пусть $AN = k\cdot AB, k\in[0,1)$. Случай k=0 соответствует ситуации пересечения плоскости разреза и ребра AA_1. Значение k предполагается меньше 1 поскольку плоскость разреза предполагается наклонной. Далее, $MN = k\cdot a\cdot cosx$, где x – угол, равный половине угла B, a=BA=BC, обозначаем кроме этого h= AA_1. Площадь сечения

$2S_{OMNK} = a(1+k)\sqrt{\frac{h^2}{4}+(1-k)^2a^2sin^2x}$, обозначим выражение

$(1+k)\sqrt{\frac{h^2}{4}+(1-k)^2a^2sin^2x}$ через $f(k)$, тогда $f'(k) = \sqrt{\frac{h^2}{4}+(1-k)^2a^2sin^2x} - (1-k^2)\frac{a^2sin^2x}{\sqrt{\frac{h^2}{4}+(1-k)^2a^2sin^2x}}$, при малых k данное выражение положительно, следовательно площадь разреза возрастает с ростом k, далее убывает при $k \in (k_1, k_2)$, и далее возрастает при $k \in (k_2, 1)$. Значение $k_1 = \frac{1-\sqrt{1-\frac{h^2}{2a^2 sin^2 x}}}{2} \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$, $k_2 = \frac{1+\sqrt{1-\frac{h^2}{2a^2 sin^2 x}}}{2} = 1 - k_1 \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$. Значение k_1 соответствует искомому максимальному значению площади сечения. Соответствующий угол наклона равен $arctg(\frac{h}{2a(1-k_1)sinx}) = arctg(2-\sqrt{2})$.

Ответ: $arctg(2-\sqrt{2})$

Задание 4. (15 баллов)

На газовом месторождении ежесуточно добывается $V_0 = 1000$ м^3 природного горючего газа (добываемые газы измеряются объёмом, занимаемым ими при нормальных условиях, т.е. при атмосферном давлении $p_0 = 10^5$ $Па$ и температуре $t_0 = 0$ °C). Газ в скважине находится при давлении $p = 15$ $МПа$, температуре $t = 60$ °C и имеет относительную влажность $\varphi = 100$ %. Какая масса водяного пара ежесуточно удаляется из добытого газа при его полном осушении перед подачей в газопровод?

Давление насыщенных паров воды при температуре $t = 60$ °C составляет $p_н = 20$ $кПа$, молярная масса воды $\mu = 18$ $г/моль$, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ $Дж/(моль \cdot К)$.

Решение.

Объём V_0 добытого газа подчиняется уравнению Клапейрона–Менделеева:

$$p_0 V_0 = \nu R T_0,$$

где ν – количество вещества добытого газа.

Объём V, который занимал добытый газ при давлении p и температуре t газа в скважине, подчиняется тому же уравнению:

$$pV = \nu RT.$$

Поделив второе уравнение на первое, находим V:

$$V = \frac{p_0 V_0 T}{T_0 p}.$$

Водяной пар в скважине описывается моделью идеального газа, поэтому парциальное давление паров воды $p_в$ в объёме V газа в скважине подчиняется уравнению Клапейрона–Менделеева:

$$p_в V = \frac{m}{\mu} RT,$$

где m – масса паров воды в добытом газе. Отсюда

$$m = \frac{\mu p_в V}{RT} = \frac{\mu p_в}{RT} \cdot \frac{p_0 V_0 T}{T_0 p} = \frac{\mu p_в p_0 V_0}{R T_0 p}.$$

С другой стороны, $p_в = \varphi p_н$. Тогда

$$m = \frac{\mu \varphi p_н p_0 V_0}{R T_0 p} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 10^5 \cdot 10^3}{8{,}31 \cdot 273 \cdot 15 \cdot 10^6} \approx 1{,}06\ кг.$$

Ответ: $m \approx 1{,}06\ кг.$

Задание 5. (15 баллов)

Какие типы вулканических извержений Вы знаете? Приведите примеры. В чем причина их разнообразия?

Ответ:

В геологической литературе существует несколько классификаций вулканических извержений. Все они основаны на таких характеристиках вулканов, как: состав и температура извергаемого материала (в том числе газов), масштаб извержения и его динамика. Эти различающиеся характеристики и являются причиной разнообразия типов вулканических извержений.

Можно выделить три главных типа:

1) эффузивный – с излиянием жидкой подвижной лавы преимущественно базальтового состава и спокойным выделением газов. К этому типу относят вулканы Исландии, Гавайских островов.

2) эксплозивный – с бурным выделением газов, вызывающих вскипание лавы и мощные взрывные извержения. Магма у таких вулканов малоподвижная, преимущественно кислого состава, содержащая большое количество газов. Типичным примером является вулкан Кракатау, при взрывном извержении которого был уничтожен одноименный остров.

3) экструзивный – при котором вязкая магма невысокой температуры выжимается из кратера. Выжиманию лавы обычно предшествует взрыв с выбросом большого объёма пирокластического материала. Извержения такого типа характерны для вулкана Мон-Пеле на острове Мартиника, Безымянный на Камчатке и др.

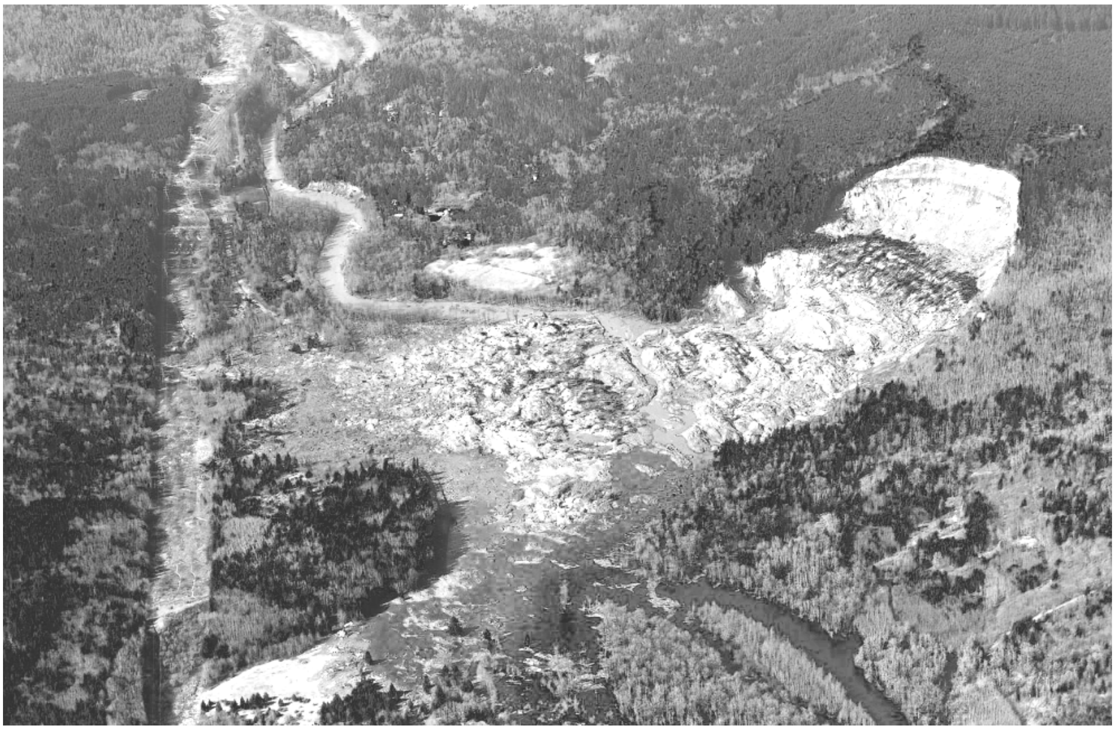
Реальные извержения вулканов гораздо более разнообразны, поэтому выделяют смешанные типы: эффузивно-эксплозивные, экструзивно-эксплозивные и т.д. Некоторые вулканы с течением времени могут изменить тип извержения.

Нередко типам извержений присваиваются имена известных вулканов, например, извержения Гавайского, Исландского, Пелейского и других типов.

В ответе на вопрос можно приводить примеры типичных вулканических извержений известных в литературе.

Задание 6. (15 баллов)

Что изображено на фотографии? Какие причины могли вызвать данное явление? Какие Вы можете предложить способы защиты?



Ответ:

На фотографии изображены последствия схода крупного оползня. Характерные признаки оползня (оползневое тело, ненарушенное залегание пород, стенка отрыва и т.д.) позволяют утверждать, что это оползень, а не обвал или другое гравитационное явление.

Предпосылками для формирования оползней являются крутые склоны, подмываемые реками или морем, наличие подстилающих глинистых пород, падение пластов в сторону склона и т.д. На фотографии мы видим реку, протекающую у подножия склона.

Непосредственными причинами возникновения оползней являются: переувлажнение склона вследствие выпадения большого количества осадков, подмыв рекой, землетрясение, хозяйственная деятельность человека (вырубка лесов, строительство сооружений и т.д.). В данном случае оползень произошел скорей всего по естественным причинам.

К наиболее используемым способам защиты от оползней следует отнести: устройство дренажей для отвода подземных вод, укрепление берегов рек и морей, посадка растительности на склонах, ограничение хозяйственной деятельности человека (строительства, вырубки лесов и т.д.), укрепление сваями и стенками, цементация грунтов и другие.

Выставляемая оценка зависит от полноты ответа и его аргументированности.

Критерии оценки решений

Критерии оценки	Баллы					
	Задание 1	**Задание 2**	**Задание 3**	**Задание 4**	**Задание 5**	**Задание 6**
Задание выполнено правильно: ответ верен, в работе есть полное обоснование полученного ответа (для заданий 1-4); в работе дан исчерпывающий ответ на поставленное геологическое задание (для заданий 5 и 6)	20	15	20	15	15	15
Задание выполнено с небольшими недочетами: - арифметическая ошибка на завершающем этапе при полностью правильном алгоритме решения, что повлекло за собой неверный ответ; - правильный ответ при недостаточно полном обосновании, как он получен; - недостаточно полное обоснование ответов на геологические задания.	10	10	10	10	10	10
Задание выполнено с существенными недочетами: - решение было начато правильно, но не доведено до ответа из-за принципиальной ошибки в рассуждениях; - ответы на геологические задания даны крайне поверхностно и неполно.	5	5	5	5	5	5
Задание не выполнено: - решение с самого начала велось неверным путем; - отсутствие выполненного задания в работе.	0	0	0	0	0	0

При правильном решении, но небрежном оформлении решений задания 1 или задания 3 жюри вправе снизить оценку на 5 баллов.