ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
2018-2019 учебный год

ЗАДАНИЯ 2-го ТУРА ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ «ГЕОЛОГИЯ»
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ

Задание 1.

1. Для какой горной породы характерно складчатое залегание? **Гнейс**
2. На какой территории России известны крупные месторождения угля? **Кемеровская область**
3. На какой территории России известны крупные месторождения железа? **Белгородская область**
4. Что является продуктом извержения вулкана? **Лапилли**

Задание 2.

1. Планетой-гигантом является **Уран**
2. Больше всего в ядре Земли содержится **железа**
3. В какой геологической эре произошел расцвет аммонитов? **Мезозойской**
4. Какая геологическая наука изучает последовательность формирования и относительный возраст слоистых осадочных горных пород? **Стратиграфия**

Задание 3.

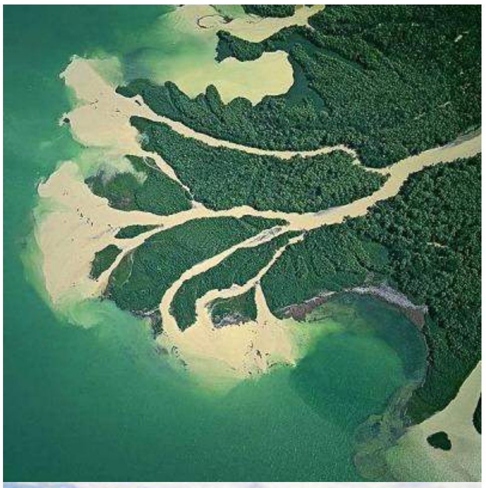
1. В ювелирной промышленности используется **Шпинель**
2. В сельском хозяйстве используется **Сильвин**
3. Для производства керамики и фарфора используется **Каолинит**
4. Для изготовления абразивных инструментов используется **Корунд**

Задание 4.

5. Какой термин лишний? **Щит**
6. Какой термин лишний? **Овраг**
7. Какой термин лишний? **Скважина**
8. Какой термин лишний? **Щетка**

Задание 5.

5. На какой фотографии изображена дельта?



6. На какой фотографии изображена дюна?

7. На какой фотографии изображен трилобит?

8. На какой фотографии изображен кристалл в форме пентагондодекаэдра?

Задание 6. Вариант 1.

Три каменных тела, которые считаем шарами радиусов 1,2 и 4 м, касаются попарно друг друга и лежат на плоской плите горной породы. Другая плоская плита горной породы касается сверху этих трех тел. Чему равен угол в радианах между этими плитами? Ответ укажите в виде десятичного числа с точностью 0.001.

Решение. Рассмотрим плоскость проходящую через центры шаров O_i,i=1,2,3 радиусов $r_1>r_2>r$, назовем ее нижней плоскостью, и верхнюю плоскость, проходящую через три точки касания первой плиты. Пусть $\measuredangle\, O_2\, O_1\, O_3=\alpha$, точки касания обозначим через K_i, точка C_{13} – пересечение O_1O_3 и K_1K_3, $\measuredangle\, O_1\, C_{13}\, K_3 = \alpha_{13}$, $\sin\alpha_{13}=\frac{r_1-r_3}{r_1+r_3} \Rightarrow$

$$\operatorname{ctg}\alpha_{13}=\frac{2\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3} \Rightarrow \mathrm{O_3C_{13}} = 2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1r_3}}{\mathrm{r_1-r_3}} \Rightarrow \mathrm{O_1C_{13}} = r_1+r_3+2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1r_3}}{\mathrm{r_1-r_3}}=10.333\ .$$

Аналогично $\mathrm{O_1C_{12}} = r_1+r_2+2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1r_2}}{\mathrm{r_1-r_2}}= 11.657$. Величина α находится из выражения для площади треугольника $O_2\, O_1\, O_3$:полупериметр его равен

$$p = r_1+r_2+r_3 \Rightarrow \sqrt{(r_1+r_2+r_3)r_1r_2r_3} = 0.5(r_1+r_2)(r_1+r_3)\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = 2\sqrt{(r_1+r_2+r_3)r_1r_2r_3}/(r_1+r_2)(r_1+r_3)= 0.499.$$

Следовательно, $cos\alpha= 0.8667$ Отсюда $\mathrm{C_{12}C_{13}}= 5.82$.

Далее, пусть H основание высоты, опущенной из точки O_1 на прямую $\mathrm{C_{12}C_{13}}$. Тогда K_1 также перпендикулярна прямой $\mathrm{C_{12}C_{13}}$. Далее,

$$\mathrm{C_{12}C_{13}\cdot O_1H = O_1C_{13}\cdot O_1C_{12}\sin\alpha \Rightarrow O_1H}=10.325.$$

Пусть угол между плоскостями $O_2\, O_2\, O_1\, O_3\, O_3$ и $K_2\, K_1\, K_3$ равен x, где $x = O_1HK_1$. Тогда $\sin x=r_1/O_1H$. Искомый угол 2x=0.7956.

Ответ: 0.796

Задание 6. Вариант 2.

Три каменных тела, которые считаем шарами радиусов 1,2 и 5 м, касаются попарно друг друга и лежат на плоской плите горной породы. Другая плоская плита горной породы касается сверху этих трех тел. Чему равен угол в радианах между этими плитами? Ответ укажите в виде десятичного числа с точностью 0.001.

Решение. Рассмотрим плоскость проходящую через центры шаров O_i,i=1,2,3 радиусов $r_1>r_2>r$, назовем ее нижней плоскостью, и верхнюю плоскость, проходящую через три точки касания первой плиты. Пусть $\measuredangle\, O_2\, O_1\, O_3 = \alpha$, точки касания обозначим через K_i, точка C_{13} – пересечение O_1O_3 и K_1K_3, $\measuredangle\, O_1\, C_{13}\, K_3 = \alpha_{13}$, $\sin\alpha_{13}=\frac{r_1-r_3}{r_1+r_3} \Rightarrow$

$\operatorname{ctg}\alpha_{13}=\frac{2\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3} \Rightarrow O_3C_{13} = 2\frac{r_1\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3} \Rightarrow O_1C_{13} = r_1 + r_3 + 2\frac{r_1\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3}$=11.59. Аналогично $O_1C_{12} = r_1 + r_2 + 2\frac{r_1\sqrt{r_1r_2}}{r_1-r_2}$= 12.27. Величина α находится из выражения для площади треугольника $O_2\, O_1\, O_3$:полупериметр его равен

$p = r_1 + r_2 + r_3 \Rightarrow \sqrt{(r_1 + r_2 + r_3)r_1r_2r_3} = 0.5(r_1 + r_2)(r_1 + r_3)\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = 2\sqrt{(r_1 + r_2 + r_3)r_1r_2r_3}/(r_1 + r_2)(r_1 + r_3)$= 0.4259.

Следовательно, $cos\alpha$= 0.905 Отсюда $C_{12}C_{13}$= 5.249.

Далее, пусть H основание высоты, опущенной из точки O_1 на прямую $C_{12}C_{13}$. Тогда K_1 также перпендикулярна прямой $C_{12}C_{13}$. Далее,

$C_{12}C_{13} \cdot O_1H = O_1C_{13} \cdot O_1C_{12}\sin\alpha \Rightarrow O_1H$=11.5399.

Пусть угол между плоскостями $O_2\, O_2\, O_1\, O_3\, O_3$ и $K_2\, K_1\, K_3$ равен x, где $x = O_1HK_1$. Тогда sinx=r_1/O_1H. Искомый угол 2x=0.896.

Ответ: 0.896

Задание 6. Вариант 3.

Три каменных тела, которые считаем шарами радиусов 1,3 и 4 м, касаются попарно друг друга и лежат на плоской плите горной породы. Другая плоская плита горной породы касается сверху этих трех тел. Чему равен угол в радианах между этими плитами? Ответ укажите в виде десятичного числа с точностью 0.001.

Решение. Рассмотрим плоскость проходящую через центры шаров O_i,i=1,2,3 радиусов $r_1>r_2>r$, назовем ее нижней плоскостью, и верхнюю плоскость, проходящую через три точки касания первой плиты. Пусть $\measuredangle\, O_2\, O_1\, O_3=\alpha$, точки касания обозначим через K_i, точка C_{13} – пересечение O_1O_3 и K_1K_3, $\measuredangle\, O_1\, C_{13}\, K_3 = \alpha_{13}$, $\sin\alpha_{13}=\frac{r_1-r_3}{r_1+r_3} \Rightarrow$

$\operatorname{ctg}\alpha_{13}=\frac{2\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3} \Rightarrow \mathrm{O_3C_{13}} = 2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1r_3}}{\mathrm{r_1-r_3}} \Rightarrow \mathrm{O_1C_{13}} = r_1+r_3+2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1r_3}}{\mathrm{r_1-r_3}}$=10.333.

Аналогично $\mathrm{O_1C_{12}} = r_1+r_2+2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1r_2}}{\mathrm{r_1-r_2}}$= 20.856. Величина α находится из выражения для площади треугольника $O_2\, O_1\, O_3$:полупериметр его равен

$p = r_1+r_2+r_3 \Rightarrow \sqrt{(r_1+r_2+r_3)r_1r_2r_3} = 0.5(r_1+r_2)(r_1+r_3)\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = 2\sqrt{(r_1+r_2+r_3)r_1r_2r_3}/(r_1+r_2)(r_1+r_3)$= 0.55998.

Следовательно, $cos\alpha$= 0.82857 Отсюда $\mathrm{C_{12}C_{13}}$= 13.5877.

Далее, пусть H основание высоты, опущенной из точки O_1 на прямую $\mathrm{C_{12}C_{13}}$. Тогда K_1 также перпендикулярна прямой $\mathrm{C_{12}C_{13}}$. Далее,

$\mathrm{C_{12}C_{13}} \cdot \mathrm{O_1H} = \mathrm{O_1C_{13}} \cdot \mathrm{O_1C_{12}}\sin\alpha \Rightarrow \mathrm{O_1H}$=8.88.

Пусть угол между плоскостями $O_2\, O_2\, O_1\, O_3\, O_3$ и $K_2\, K_1\, K_3$ равен x, где $x = O_1HK_1$. Тогда sinx=r_1/O_1H. Искомый угол 2x=0.9345.

Ответ: 0.835

Задание 6. Вариант 4.

Три каменных тела, которые считаем шарами радиусов 2,3 и 4 м, касаются попарно друг друга и лежат на плоской плите горной породы. Другая плоская плита горной породы касается сверху этих трех тел. Чему равен угол в радианах между этими плитами? Ответ укажите в виде десятичного числа с точностью 0.001.

Решение. Рассмотрим плоскость проходящую через центры шаров O_i,i=1,2,3 радиусов $r_1 > r_2 > r$, назовем ее нижней плоскостью, и верхнюю плоскость, проходящую через три точки касания первой плиты. Пусть $\measuredangle\, O_2\, O_1\, O_3 = \alpha$, точки касания обозначим через K_i, точка C_{13} – пересечение O_1O_3 и K_1K_3, $\measuredangle\, O_1\, C_{13}\, K_3 = \alpha_{13}$, $\sin\alpha_{13} = \frac{r_1 - r_3}{r_1 + r_3} \Rightarrow$

$$\operatorname{ctg}\alpha_{13} = \frac{2\sqrt{r_1 r_3}}{r_1 - r_3} \Rightarrow O_3C_{13} = 2\frac{r_1\sqrt{r_1 r_3}}{r_1 - r_3} \Rightarrow O_1C_{13} = r_1 + r_3 + 2\frac{r_1\sqrt{r_1 r_3}}{r_1 - r_3} = 17.3137$$

Аналогично $O_1C_{12} = r_1 + r_2 + 2\frac{r_1\sqrt{r_1 r_2}}{r_1 - r_2} = 20.856$. Величина α находится из выражения для площади треугольника $O_2\, O_1\, O_3$:полупериметр его равен

$p = r_1 + r_2 + r_3 \Rightarrow \sqrt{(r_1 + r_2 + r_3) r_1 r_2 r_3} = 0.5(r_1 + r_2)(r_1 + r_3)\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = 2\sqrt{(r_1 + r_2 + r_3) r_1 r_2 r_3}/(r_1 + r_2)(r_1 + r_3) = 0.69985$.

Следовательно, $\cos\alpha = 0.7143$ Отсюда $C_{12}C_{13} = 14.795$.

Далее, пусть H основание высоты, опущенной из точки O_1 на прямую $C_{12}C_{13}$. Тогда K_1 также перпендикулярна прямой $C_{12}C_{13}$. Далее,

$$C_{12}C_{13} \cdot O_1H = O_1C_{13} \cdot O_1C_{12}\sin\alpha \Rightarrow O_1H = 17.081.$$

Пусть угол между плоскостями $O_2\, O_2\, O_1\, O_3\, O_3$ и $K_2\, K_1\, K_3$ равен x, где $x = O_1HK_1$. Тогда $\sin x = r_1/O_1H$. Искомый угол 2x=0.4727.

Ответ: 0.473

Задание 6. Вариант 5.

Три каменных тела, которые считаем шарами радиусов 1,4 и 5 м, касаются попарно друг друга и лежат на плоской плите горной породы. Другая плоская плита горной породы касается сверху этих трех тел. Чему равен угол в радианах между этими плитами? Ответ укажите в виде десятичного числа с точностью 0.001.

Решение. Рассмотрим плоскость проходящую через центры шаров O_i,i=1,2,3 радиусов $r_1>r_2>r$, назовем ее нижней плоскостью, и верхнюю плоскость, проходящую через три точки касания первой плиты. Пусть $\measuredangle\, O_2\, O_1\, O_3$ =α, точки касания обозначим через K_i, точка C_{13} – пересечение O_1O_3 и K_1K_3, $\measuredangle\, O_1\, C_{13}\, K_3 = \alpha_{13}$, $\sin\alpha_{13}=\frac{r_1-r_3}{r_1+r_3} \Rightarrow$

$\mathrm{ctg}\,\alpha_{13}=\frac{2\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3} \Rightarrow O_3C_{13} = 2\frac{r_1\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3} \Rightarrow O_1C_{13} = r_1 + r_3 + 2\frac{r_1\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3}$=11.59 Аналогично $O_1C_{12} = r_1 + r_2 + 2\frac{r_1\sqrt{r_1r_2}}{r_1-r_2}$= 31.361. Величина α находится из выражения для площади треугольника $O_2\, O_1\, O_3$:полупериметр его равен

$p = r_1 + r_2 + r_3 \Rightarrow \sqrt{(r_1 + r_2 + r_3)r_1r_2r_3} = 0.5(r_1 + r_2)(r_1 + r_3)\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = 2\sqrt{(r_1 + r_2 + r_3)r_1r_2r_3}/(r_1 + r_2)(r_1 + r_3)$= 0.5238.

Следовательно, $cos\alpha$= 0.8519 Отсюда $C_{12}C_{13}$= 22.3287.

Далее, пусть H основание высоты, опущенной из точки O_1 на прямую $C_{12}C_{13}$. Тогда K_1 также перпендикулярна прямой $C_{12}C_{13}$. Далее,

$C_{12}C_{13} \cdot O_1H = O_1C_{13} \cdot O_1C_{12}\sin\alpha \Rightarrow O_1H$=8.5264.

Пусть угол между плоскостями $O_2\, O_2\, O_1\, O_3\, O_3$ и $K_2\, K_1\, K_3$ равен x, где $x = O_1HK_1$. Тогда sinx=r_1/O_1H. Искомый угол 2x=1.25326.

Ответ: 1.253

Задание 6. Вариант 6.

Три каменных тела, которые считаем шарами радиусов 3,4 и 5 м, касаются попарно друг друга и лежат на плоской плите горной породы. Другая плоская плита горной породы касается сверху этих трех тел. Чему равен угол в радианах между этими плитами? Ответ укажите в виде десятичного числа с точностью 0.001.

Решение. Рассмотрим плоскость проходящую через центры шаров O_i,i=1,2,3 радиусов $r_1>r_2>r$, назовем ее нижней плоскостью, и верхнюю плоскость, проходящую через три точки касания первой плиты. Пусть $\measuredangle\, O_2 O_1 O_3=\alpha$, точки касания обозначим через K_i, точка C_{13} – пересечение O_1O_3 и K_1K_3, $\measuredangle\, O_1 C_{13} K_3 = \alpha_{13}$, $\sin\alpha_{13}=\frac{r_1-r_3}{r_1+r_3} \Rightarrow$

$\operatorname{ctg}\alpha_{13}=\frac{2\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3} \Rightarrow \mathrm{O_3C_{13}} = 2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1r_3}}{\mathrm{r_1-r_3}} \Rightarrow \mathrm{O_1C_{13}} = r_1 + r_3 + 2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1r_3}}{\mathrm{r_1-r_3}}= 27.36492$

Аналогично $\mathrm{O_1C_{12}} = r_1 + r_2 + 2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1r_2}}{\mathrm{r_1-r_2}}= 31.36068$. Величина α находится из выражения для площади треугольника $O_2 O_1 O_3$:полупериметр его равен

$p = r_1 + r_2 + r_3 \Rightarrow \sqrt{(r_1 + r_2 + r_3)r_1r_2r_3} = 0.5(r_1 + r_2)(r_1 + r_3)\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = 2\sqrt{(r_1 + r_2 + r_3)r_1r_2r_3}/(r_1 + r_2)(r_1 + r_3)= 0.745356.$

Следовательно, $cos\alpha= 0.666667$ Отсюда $\mathrm{C_{12}C_{13}}= 24.25052$.

Далее, пусть H основание высоты, опущенной из точки O_1 на прямую $\mathrm{C_{12}C_{13}}$. Тогда K_1 также перпендикулярна прямой $\mathrm{C_{12}C_{13}}$. Далее,

$\mathrm{C_{12}C_{13}} \cdot \mathrm{O_1H} = \mathrm{O_1C_{13}} \cdot \mathrm{O_1C_{12}}\sin\alpha \Rightarrow \mathrm{O_1H}= 26.37681.$

Пусть угол между плоскостями $O_2\, O_2\, O_1\, O_3\, O_3$ и $K_2\, K_1\, K_3$ равен x, где $x = O_1HK_1$. Тогда $\sin x=r_1/O_1H$. Искомый угол 2x= 0.381429.

Ответ: 0.381

Задание 6. Вариант 7.

Три каменных тела, которые считаем шарами радиусов 1,3 и 5 м, касаются попарно друг друга и лежат на плоской плите горной породы. Другая плоская плита горной породы касается сверху этих трех тел. Чему равен угол в радианах между этими плитами? Ответ укажите в виде десятичного числа с точностью 0.001.

Решение. Рассмотрим плоскость проходящую через центры шаров O_i,i=1,2,3 радиусов $r_1 > r_2 > r$, назовем ее нижней плоскостью, и верхнюю плоскость, проходящую через три точки касания первой плиты. Пусть $\measuredangle\, O_2\, O_1\, O_3 = \alpha$, точки касания обозначим через K_i, точка C_{13} – пересечение O_1O_3 и K_1K_3, $\measuredangle\, O_1\, C_{13}\, K_3 = \alpha_{13}$, $\sin\alpha_{13} = \frac{r_1 - r_3}{r_1 + r_3} \Rightarrow$

$\operatorname{ctg} \alpha_{13} = \frac{2\sqrt{r_1 r_3}}{r_1 - r_3} \Rightarrow \mathrm{O_3C_{13}} = 2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1 r_3}}{\mathrm{r_1 - r_3}} \Rightarrow \mathrm{O_1C_{13}} = r_1 + r_3 + 2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1 r_3}}{\mathrm{r_1 - r_3}} = 11.59017$

Аналогично $\mathrm{O_1C_{12}} = r_1 + r_2 + 2\frac{\mathrm{r_1}\sqrt{r_1 r_2}}{\mathrm{r_1 - r_2}} = 17.68246$. Величина α находится из выражения для площади треугольника $O_2\, O_1\, O_3$:полупериметр его равен

$p = r_1 + r_2 + r_3 \Rightarrow \sqrt{(r_1 + r_2 + r_3) r_1 r_2 r_3} = 0.5(r_1 + r_2)(r_1 + r_3)\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha =$
$2\sqrt{(r_1 + r_2 + r_3) r_1 r_2 r_3}/(r_1 + r_2)(r_1 + r_3) = 0.484123$.

Следовательно, $cos\alpha = 0.875$ Отсюда $\mathrm{C_{12}C_{13}} = 9.399556$.

Далее, пусть H основание высоты, опущенной из точки O_1 на прямую $\mathrm{C_{12}C_{13}}$. Тогда K_1 также перпендикулярна прямой $\mathrm{C_{12}C_{13}}$. Далее,

$\mathrm{C_{12}C_{13}} \cdot \mathrm{O_1H} = \mathrm{O_1C_{13}} \cdot \mathrm{O_1C_{12}}\sin\alpha \Rightarrow \mathrm{O_1H} = 10.5555$.

Пусть угол между плоскостями $O_2\, O_2\, O_1\, O_3\, O_3$ и $K_2\, K_1\, K_3$ равен x, где $x = O_1 H K_1$. Тогда $\sin x = r_1/O_1H$. Искомый угол 2x= 0.98694.

Ответ: 0.987

Задание 6. Вариант 8.

Три каменных тела, которые считаем шарами радиусов 2,3 и 5 м, касаются попарно друг друга и лежат на плоской плите горной породы. Другая плоская плита горной породы касается сверху этих трех тел. Чему равен угол в радианах между этими плитами? Ответ укажите в виде десятичного числа с точностью 0.001.

Решение. Рассмотрим плоскость проходящую через центры шаров O_i,i=1,2,3 радиусов $r_1>r_2>r$, назовем ее нижней плоскостью, и верхнюю плоскость, проходящую через три точки касания первой плиты. Пусть $\measuredangle\ O_2\ O_1\ O_3=\alpha$, точки касания обозначим через K_i, точка C_{13} – пересечение O_1O_3 и K_1K_3, $\measuredangle\ O_1\ C_{13}\ K_3=\alpha_{13}$, $\sin\alpha_{13}=\frac{r_1-r_3}{r_1+r_3}\Rightarrow$

$\mathrm{ctg}\ \alpha_{13}=\frac{2\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3}\Rightarrow O_3C_{13}=2\frac{r_1\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3}\Rightarrow O_1C_{13}=r_1+r_3+2\frac{r_1\sqrt{r_1r_3}}{r_1-r_3}=17.5409$

Аналогично $O_1C_{12}=r_1+r_2+2\frac{r_1\sqrt{r_1r_2}}{r_1-r_2}=17.6825$. Величина α находится из выражения для площади треугольника $O_2\ O_1\ O_3$: полупериметр его равен

$p=r_1+r_2+r_3\Rightarrow\sqrt{(r_1+r_2+r_3)r_1r_2r_3}=0.5(r_1+r_2)(r_1+r_3)\sin\alpha\Rightarrow\sin\alpha=2\sqrt{(r_1+r_2+r_3)r_1r_2r_3}/(r_1+r_2)(r_1+r_3)=0.61859$.

Следовательно, $cos\alpha=0.78571$. Отсюда $C_{12}C_{13}=11.5303$.

Далее, пусть H основание высоты, опущенной из точки O_1 на прямую $C_{12}C_{13}$. Тогда K_1 также перпендикулярна прямой $C_{12}C_{13}$. Далее,

$C_{12}C_{13}\cdot O_1H=O_1C_{13}\cdot O_1C_{12}\sin\alpha\Rightarrow O_1H=16.6401$.

Пусть угол между плоскостями $O_2\ O_2\ O_1\ O_3\ O_3$ и $K_2\ K_1\ K_3$ равен x, где $x=O_1HK_1$. Тогда $\sin x=r_1/O_1H$. Искомый угол 2x= 0.61049.

Ответ: 0.610

Задание 7. Вариант 1

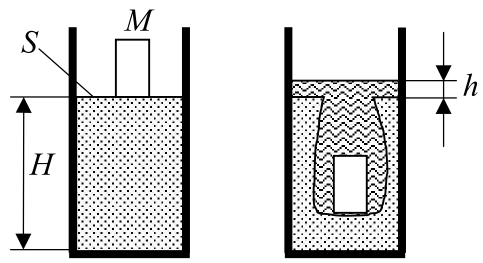


Рис. 1 Рис. 2

Как можно определить, какую температуру имел метеорит перед падением на землю? Для иллюстрации рассмотрим следующий опыт.

Сплошной лёд заполняет стакан калориметра до высоты $H = 15$ см. Внутреннее поперечное сечение стакана $S = 25$ см^2. Температура льда $t_0 = 0$ °С. На лёд поставлен раскалённый железный цилиндр массой $M = 200$ г (см. рисунок 1). Когда таяние льда прекратилось, оказалось, что цилиндр стоит на дне образовавшейся во льду лунки, целиком покрытый водой, а над поверхностью льда возник слой талой воды толщиной $h = 4$ мм (см. рисунок 2). Чему равна первоначальная температура t железного цилиндра? Ответ в градусах Цельсия (°С) округлите до целых.

Выкипанием талой воды и теплоёмкостью стакана калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость железа c = 460 Дж/(кг·°С), плотность железа $\rho_ж$ = 7800 кг/м^3, плотность льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3, плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3.

Решение.

Пусть m – масса растаявшего льда. Из рассмотрения рисунков 1 и 2 следует равенство

$$\frac{m}{\rho_л} + Sh = \frac{m}{\rho_в} + \frac{M}{\rho_ж}.$$

Отсюда

$$m = \left(\frac{M}{\rho_ж} - Sh\right)\frac{\rho_л \cdot \rho_в}{\rho_в - \rho_л}.$$

Из условия следует, что температура системы в конечном равновесном состоянии равна 0°С. Запишем уравнение теплового баланса:

$$m\lambda = cM(t - 0°\text{С}).$$

Отсюда

$$t = \frac{m\lambda}{cM} = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж S h}{M}\right) =$$

$$= \frac{330 \cdot 10^3 \cdot 1000 \cdot 900}{460 \cdot 7800 \cdot 100} \cdot \left(1 - \frac{7800 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{0{,}2}\right) \approx 505\ °\text{С}.$$

Ответ: $t = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж h S}{M}\right) = 505$ °С.

Задание 7. Вариант 2

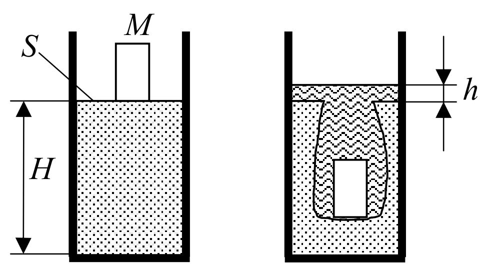


Рис. 1 Рис. 2

Как можно определить, какую температуру имел метеорит перед падением на землю? Для иллюстрации рассмотрим следующий опыт.

Сплошной лёд заполняет стакан калориметра до высоты $H = 15$ см. Внутреннее поперечное

сечение стакана $S = 25$ см^2. Температура льда $t_0 = 0$ °C. На лёд поставлен раскалённый железный цилиндр массой $M = 200$ г (см. рисунок 1). Когда таяние льда прекратилось, оказалось, что цилиндр стоит на дне образовавшейся во льду лунки, целиком покрытый водой, а над поверхностью льда возник слой талой воды толщиной $h = 3$ мм (см. рисунок 2). Чему равна первоначальная температура t железного цилиндра? Ответ в градусах Цельсия (°C) округлите до целых.
Выкипанием талой воды и теплоёмкостью стакана калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость железа c = 460 Дж/(кг·°C), плотность железа $\rho_ж$ = 7800 кг/м^3, плотность льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3, плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3.

Решение.
Пусть m – масса растаявшего льда. Из рассмотрения рисунков 1 и 2 следует равенство

$$\frac{m}{\rho_л} + Sh = \frac{m}{\rho_в} + \frac{M}{\rho_ж}.$$

Отсюда

$$m = \left(\frac{M}{\rho_ж} - Sh\right)\frac{\rho_л \cdot \rho_в}{\rho_в - \rho_л}.$$

Из условия следует, что температура системы в конечном равновесном состоянии равна 0°C.
Запишем уравнение теплового баланса:

$$m\lambda = cM(t - 0°C).$$

Отсюда

$$t = \frac{m\lambda}{cM} = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж Sh}{M}\right) =$$

$$\approx 586\ °C.$$

Ответ: $t = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж hS}{M}\right) = 586$ °C.

Задание 7. Вариант 3

Как можно определить, какую температуру имел метеорит перед падением на землю? Для иллюстрации рассмотрим следующий опыт.

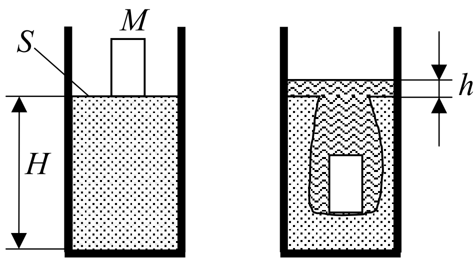


Рис. 1 Рис. 2

Сплошной лёд заполняет стакан калориметра до высоты $H = 15$ см. Внутреннее поперечное сечение стакана $S = 25$ см^2. Температура льда $t_0 = 0$ °С. На лёд поставлен раскалённый железный цилиндр массой $M = 200$ г (см. рисунок 1). Когда таяние льда прекратилось, оказалось, что цилиндр стоит на дне образовавшейся во льду лунки, целиком покрытый водой, а над поверхностью льда возник слой талой воды толщиной $h = 2$ мм (см. рисунок 2). Чему равна первоначальная температура t железного цилиндра? Ответ в градусах Цельсия (°С) округлите до целых.

Выкипанием талой воды и теплоёмкостью стакана калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость железа c = 460 Дж/(кг·°С), плотность железа $\rho_ж$ = 7800 кг/м^3, плотность льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3, плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3.

Решение.

Пусть m – масса растаявшего льда. Из рассмотрения рисунков 1 и 2 следует равенство

$$\frac{m}{\rho_л} + Sh = \frac{m}{\rho_в} + \frac{M}{\rho_ж}.$$

Отсюда

$$m = \left(\frac{M}{\rho_ж} - Sh\right)\frac{\rho_л \cdot \rho_в}{\rho_в - \rho_л}.$$

Из условия следует, что температура системы в конечном равновесном состоянии равна 0°С. Запишем уравнение теплового баланса:

$$m\lambda = cM(t - 0°\text{C}).$$

Отсюда

$$t = \frac{m\lambda}{cM} = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж Sh}{M}\right) =$$

$$\approx 666\ °\text{C}.$$

Ответ: $t = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж hS}{M}\right) = 666$ °С.

Задание 7. Вариант 4

Как можно определить, какую температуру имел метеорит перед падением на землю? Для иллюстрации рассмотрим следующий опыт.

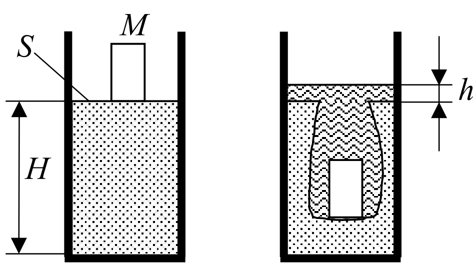


Рис. 1 Рис. 2

Сплошной лёд заполняет стакан калориметра до высоты $H = 15$ см. Внутреннее поперечное сечение стакана $S = 25$ см^2. Температура льда $t_0 = 0$ °С. На лёд поставлен раскалённый

железный цилиндр массой $M = 200$ г (см. рисунок 1). Когда таяние льда прекратилось, оказалось, что цилиндр стоит на дне образовавшейся во льду лунки, целиком покрытый водой, а над поверхностью льда возник слой талой воды толщиной $h = 5$ мм (см. рисунок 2). Чему равна первоначальная температура t железного цилиндра? Ответ в градусах Цельсия (°С) округлите до целых.
Выкипанием талой воды и теплоёмкостью стакана калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость железа c = 460 Дж/(кг·°С), плотность железа $\rho_ж$ = 7800 кг/м^3, плотность льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3, плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3.

Решение.
Пусть m – масса растаявшего льда. Из рассмотрения рисунков 1 и 2 следует равенство

$$\frac{m}{\rho_л} + Sh = \frac{m}{\rho_в} + \frac{M}{\rho_ж}.$$

Отсюда

$$m = \left(\frac{M}{\rho_ж} - Sh\right)\frac{\rho_л \cdot \rho_в}{\rho_в - \rho_л}.$$

Из условия следует, что температура системы в конечном равновесном состоянии равна 0°С.
Запишем уравнение теплового баланса:

$$m\lambda = cM(t - 0°\mathrm{C}).$$

Отсюда

$$t = \frac{m\lambda}{cM} = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж Sh}{M}\right) =$$

$$\approx 474\ °\mathrm{C}.$$

Ответ: $t = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж hS}{M}\right) = 424$ °С.

Задание 7. Вариант 5

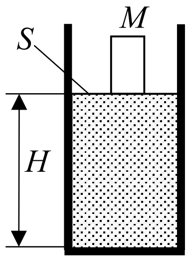


Рис. 1

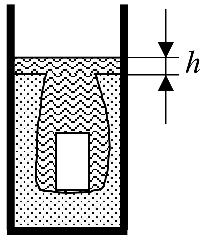


Рис. 2

Как можно определить, какую температуру имел метеорит перед падением на землю? Для иллюстрации рассмотрим следующий опыт.
Сплошной лёд заполняет стакан калориметра до высоты $H = 15$ см. Внутреннее поперечное сечение стакана $S = 25$ см^2. Температура льда $t_0 = 0$ °С. На лёд поставлен раскалённый железный цилиндр массой $M = 250$ г (см. рисунок 1). Когда таяние льда прекратилось, оказалось, что цилиндр стоит на дне образовавшейся во льду лунки, целиком покрытый водой, а над поверхностью льда возник слой талой воды толщиной $h = 4$ мм (см. рисунок 2). Чему равна первоначальная температура t железного цилиндра? Ответ в градусах Цельсия (°С) округлите до целых.
Выкипанием талой воды и теплоёмкостью стакана калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость железа c = 460 Дж/(кг·°С), плотность железа $\rho_ж$ = 7800 кг/м^3, плотность льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3, плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3.

Решение.
Пусть m – масса растаявшего льда. Из рассмотрения рисунков 1 и 2 следует равенство
$$\frac{m}{\rho_л} + Sh = \frac{m}{\rho_в} + \frac{M}{\rho_ж}.$$
Отсюда
$$m = \left(\frac{M}{\rho_ж} - Sh\right)\frac{\rho_л \cdot \rho_в}{\rho_в - \rho_л}.$$
Из условия следует, что температура системы в конечном равновесном состоянии равна 0°С.
Запишем уравнение теплового баланса:
$$m\lambda = cM(t - 0°\text{С}).$$

Отсюда
$$t = \frac{m\lambda}{cM} = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж Sh}{M}\right) =$$

$$\approx 569\ °\text{С}.$$

Ответ: $t = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж hS}{M}\right) = 569$ °С.

Задание 7. Вариант 6

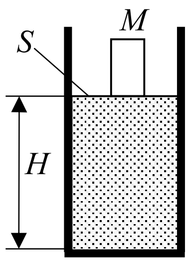


Рис. 1

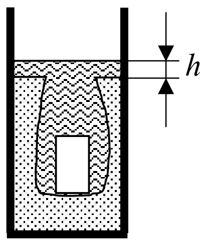


Рис. 2

Как можно определить, какую температуру имел метеорит перед падением на землю? Для иллюстрации рассмотрим следующий опыт.
Сплошной лёд заполняет стакан калориметра до высоты $H = 15$ см. Внутреннее поперечное сечение стакана $S = 25$ см^2. Температура льда $t_0 = 0$ °С. На лёд поставлен раскалённый

железный цилиндр массой $M = 250$ г (см. рисунок 1). Когда таяние льда прекратилось, оказалось, что цилиндр стоит на дне образовавшейся во льду лунки, целиком покрытый водой, а над поверхностью льда возник слой талой воды толщиной $h = 3$ мм (см. рисунок 2). Чему равна первоначальная температура t железного цилиндра? Ответ в градусах Цельсия (°C) округлите до целых.
Выкипанием талой воды и теплоёмкостью стакана калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость железа c = 460 Дж/(кг·°C), плотность железа $\rho_ж$ = 7800 кг/м^3, плотность льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3, плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3.

Решение.
Пусть m – масса растаявшего льда. Из рассмотрения рисунков 1 и 2 следует равенство

$$\frac{m}{\rho_л} + Sh = \frac{m}{\rho_в} + \frac{M}{\rho_ж}.$$

Отсюда

$$m = \left(\frac{M}{\rho_ж} - Sh\right)\frac{\rho_л \cdot \rho_в}{\rho_в - \rho_л}.$$

Из условия следует, что температура системы в конечном равновесном состоянии равна 0°C.
Запишем уравнение теплового баланса:

$$m\lambda = cM(t - 0°\text{C}).$$

Отсюда

$$t = \frac{m\lambda}{cM} = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж Sh}{M}\right) =$$

$$\approx 634\ °\text{C}.$$

Ответ: $t = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж hS}{M}\right) = 634$ °C.

Задание 7. Вариант 7

Как можно определить, какую температуру имел метеорит перед падением на землю? Для иллюстрации рассмотрим следующий опыт.

Сплошной лёд заполняет стакан калориметра до высоты $H = 15$ см. Внутреннее поперечное сечение стакана $S = 25$ см^2. Температура льда $t_0 = 0$ °С. На лёд поставлен раскалённый железный цилиндр массой $M = 250$ г (см. рисунок 1). Когда таяние льда прекратилось, оказалось, что цилиндр стоит на дне образовавшейся во льду лунки, целиком покрытый водой, а над поверхностью льда возник слой талой воды толщиной $h = 2$ мм (см. рисунок 2). Чему равна первоначальная температура t железного цилиндра? Ответ в градусах Цельсия (°С) округлите до целых.

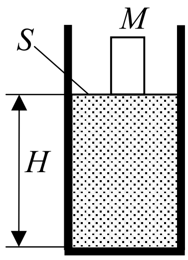


Рис. 1

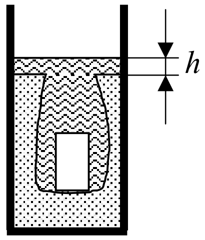


Рис. 2

Выкипанием талой воды и теплоёмкостью стакана калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость железа c = 460 Дж/(кг·°С), плотность железа $\rho_ж$ = 7800 кг/м^3, плотность льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3, плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3.

Решение.

Пусть m – масса растаявшего льда. Из рассмотрения рисунков 1 и 2 следует равенство

$$\frac{m}{\rho_л} + Sh = \frac{m}{\rho_в} + \frac{M}{\rho_ж}.$$

Отсюда

$$m = \left(\frac{M}{\rho_ж} - Sh\right)\frac{\rho_л \cdot \rho_в}{\rho_в - \rho_л}.$$

Из условия следует, что температура системы в конечном равновесном состоянии равна 0°С.

Запишем уравнение теплового баланса:

$$m\lambda = cM(t - 0°\mathrm{C}).$$

Отсюда

$$t = \frac{m\lambda}{cM} = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж Sh}{M}\right) =$$

$$\approx 699\ °\mathrm{C}.$$

Ответ: $t = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж hS}{M}\right) = 699$ °С.

Задание 7. Вариант 8

Как можно определить, какую температуру имел метеорит перед падением на землю? Для иллюстрации рассмотрим следующий опыт.

Сплошной лёд заполняет стакан калориметра до высоты $H = 15$ см. Внутреннее поперечное сечение стакана $S = 25$ см^2. Температура льда $t_0 = 0$ °С. На лёд поставлен раскалённый

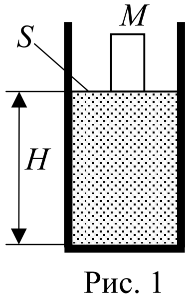


Рис. 1

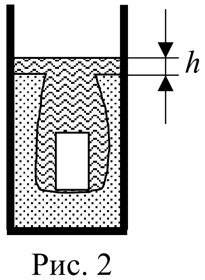


Рис. 2

железный цилиндр массой $M = 250$ г (см. рисунок 1). Когда таяние льда прекратилось, оказалось, что цилиндр стоит на дне образовавшейся во льду лунки, целиком покрытый водой, а над поверхностью льда возник слой талой воды толщиной $h = 6$ мм (см. рисунок 2). Чему равна первоначальная температура t железного цилиндра? Ответ в градусах Цельсия (°C) округлите до целых.

Выкипанием талой воды и теплоёмкостью стакана калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость железа c = 460 Дж/(кг·°C), плотность железа $\rho_ж = 7800$ кг/м^3, плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

Решение.

Пусть m – масса растаявшего льда. Из рассмотрения рисунков 1 и 2 следует равенство

$$\frac{m}{\rho_л} + Sh = \frac{m}{\rho_в} + \frac{M}{\rho_ж}.$$

Отсюда

$$m = \left(\frac{M}{\rho_ж} - Sh\right)\frac{\rho_л \cdot \rho_в}{\rho_в - \rho_л}.$$

Из условия следует, что температура системы в конечном равновесном состоянии равна 0°C. Запишем уравнение теплового баланса:

$$m\lambda = cM(t - 0°C).$$

Отсюда

$$t = \frac{m\lambda}{cM} = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж Sh}{M}\right) =$$

$$\approx 440\ °C.$$

Ответ: $t = \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\rho_в \cdot \rho_л}{\rho_ж(\rho_в - \rho_л)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_ж hS}{M}\right) = 440$ °C.

Задание 8. Вариант 1.

База соединена с буровой станцией единственной дорогой. Вездеход вышел на буровую через 30 мин. после трактора, а грузовик - через 15 мин. после вездехода. Трактор в пути останавливался на дороге. Когда прошла третья часть времени стоянки, водитель трактора заметил, что на дороге рядом с ним грузовик обогнал вездеход. На буровую вездеход прибыл через 20 минут после грузовика, трактор – через 50 мин. после вездехода. Сколько времени длилась остановка трактора? Ответ дайте в минутах.

Решение

Решим задачу графически. На плоскости (t,S), где t – время, S - пройденный путь, положим длину дороги равной 1, тогда траектория трактора – ломаная OABC, точка O-начало координат, AB – горизонтальный отрезок искомой длины x, точка C на прямой S=1. Пусть точка E на отрезке AB соответствует моменту обгона грузовиком вездехода. Пусть AB=x, AE=a=kx/(1+k), 0<k<1 BE= x/(1+k)=x-a, точка M лежит на оси t и OM=a=AE. Аналогично точка N на прямой S=1 и CN=BE= x/(1+k). Путь вездехода соответствует прямой DEF, OD=b(мин.), FC=e(мин.) Прямая GEH соответствует пути грузовика, точка G лежит на оси t и DG=c, точка H на прямой S=1 и HF=d(мин.) Из подобия треугольников MED и FNE следует

$$FN = (b-a)\frac{d}{c}, CF = FN + BE \leftrightarrow CF = \frac{d}{c}\left(b - x\frac{k}{1+k}\right) + \frac{x}{1+k} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow x = \frac{\left(CF - b\frac{d}{c}\right)(1+k)}{1-\frac{d}{c}k}.$$

Подставим значения параметров в последнее соотношение, получим

Ответ: 45 мин.

Задание 8. Вариант 2.

База соединена с буровой станцией единственной дорогой. Вездеход вышел на буровую через 30 мин. после трактора, а грузовик - через 15 мин. после вездехода. Трактор в пути останавливался на дороге. Когда прошла третья часть времени стоянки, водитель трактора заметил, что на дороге рядом с ним грузовик обогнал вездеход. На буровую вездеход прибыл через 20 минут после грузовика, трактор – через 45 мин. после вездехода. Сколько времени длилась остановка трактора? Ответ дайте в минутах.

Решение

Решим задачу графически. На плоскости (t,S), где t – время, S - пройденный путь, положим длину дороги равной 1, тогда траектория трактора – ломаная OABC, точка O- начало координат, AB – горизонтальный отрезок искомой длины x, точка C на прямой S=1. Пусть точка E на отрезке AB соответствует моменту обгона грузовиком вездехода. Пусть AB=x, AE=a=kx/(1+k), 0<k<1 BE= x/(1+k)=x-a, точка M лежит на оси t и OM=a=AE. Аналогично точка N на прямой S=1 и CN=BE= x/(1+k). Путь вездехода соответствует прямой DEF, OD=b(мин.), FC=e(мин.) Прямая GEH соответствует пути грузовика, точка G лежит на оси t и DG=c, точка H на прямой S=1 и HF=d(мин.) Из подобия треугольников MED и FNE следует

$$FN = (b-a)\frac{d}{c}, CF = FN + BE \leftrightarrow CF = \frac{d}{c}\left(b - x\frac{k}{1+k}\right) + \frac{x}{1+k} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow x = \frac{\left(CF - b\frac{d}{c}\right)(1+k)}{1-\frac{d}{c}k}.$$

Подставим значения параметров в последнее соотношение, получим

Ответ: 23 мин.

Задание 8. Вариант 3.

База соединена с буровой станцией единственной дорогой. Вездеход вышел на буровую через 35 мин. после трактора, а грузовик - через 15 мин. после вездехода. Трактор в пути останавливался на дороге. Когда прошла третья часть времени стоянки, водитель трактора заметил, что на дороге рядом с ним грузовик обогнал вездеход. На буровую вездеход прибыл через 20 минут после грузовика, трактор – через 50 мин. после вездехода. Сколько времени длилась остановка трактора? Ответ дайте в минутах.

Решение

Решим задачу графически. На плоскости (t,S), где t – время, S - пройденный путь, положим длину дороги равной 1, тогда траектория трактора – ломаная OABC, точка O- начало координат, AB – горизонтальный отрезок искомой длины x, точка C на прямой S=1. Пусть точка E на отрезке AB соответствует моменту обгона грузовиком вездехода. Пусть AB=x, AE=a=kx/(1+k), 0<k<1 BE= x/(1+k)=x-a, точка M лежит на оси t и OM=a=AE. Аналогично точка N на прямой S=1 и CN=BE= x/(1+k). Путь вездехода соответствует прямой DEF, OD=b(мин.), FC=e(мин.) Прямая GEH соответствует пути грузовика, точка G лежит на оси t и DG=c, точка H на прямой S=1 и HF=d(мин.) Из подобия треугольников MED и FNE следует

$$FN = (b-a)\frac{d}{c}, CF = FN + BE \leftrightarrow CF = \frac{d}{c}\left(b - x\frac{k}{1+k}\right) + \frac{x}{1+k} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow x = \frac{\left(CF - b\frac{d}{c}\right)(1+k)}{1-\frac{d}{c}k}.$$

Подставим значения параметров в последнее соотношение, получим

Ответ: 15 мин.

Задание 8. Вариант 4.

База соединена с буровой станцией единственной дорогой. Вездеход вышел на буровую через 29 мин. после трактора, а грузовик - через 12 мин. после вездехода. Трактор в пути останавливался на дороге. Когда прошла третья часть времени стоянки, водитель трактора заметил, что на дороге рядом с ним грузовик обогнал вездеход. На буровую вездеход прибыл через 20 минут после грузовика, трактор – через 55 мин. после вездехода. Сколько времени длилась остановка трактора? Ответ дайте в минутах.

Решение

Решим задачу графически. На плоскости (t,S), где t – время, S - пройденный путь, положим длину дороги равной 1, тогда траектория трактора – ломаная OABC, точка O- начало координат, AB – горизонтальный отрезок искомой длины x, точка C на прямой S=1. Пусть точка E на отрезке AB соответствует моменту обгона грузовиком вездехода. Пусть AB=x, AE=a=kx/(1+k), 0<k<1 BE= x/(1+k)=x-a, точка M лежит на оси t и OM=a=AE. Аналогично точка N на прямой S=1 и CN=BE= x/(1+k). Путь вездехода соответствует прямой DEF, OD=b(мин.), FC=e(мин.) Прямая GEH соответствует пути грузовика, точка G лежит на оси t и DG=c, точка H на прямой S=1 и HF=d(мин.) Из подобия треугольников MED и FNE следует

$$FN = (b-a)\frac{d}{c}, CF = FN + BE \leftrightarrow CF = \frac{d}{c}\left(b - x\frac{k}{1+k}\right) + \frac{x}{1+k} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow x = \frac{\left(CF - b\frac{d}{c}\right)(1+k)}{1-\frac{d}{c}k}.$$

Подставим значения параметров в последнее соотношение, получим

Ответ: 60 мин.

Задание 8. Вариант 5.

База соединена с буровой станцией единственной дорогой. Вездеход вышел на буровую через 28 мин. после трактора, а грузовик - через 12 мин. после вездехода. Трактор в пути останавливался на дороге. Когда прошла третья часть времени стоянки, водитель трактора заметил, что на дороге рядом с ним грузовик обогнал вездеход. На буровую вездеход прибыл через 18 минут после грузовика, трактор – через 55 мин. после вездехода. Сколько времени длилась остановка трактора? Ответ дайте в минутах.

Решение

Решим задачу графически. На плоскости (t,S), где t – время, S - пройденный путь, положим длину дороги равной 1, тогда траектория трактора – ломаная OABC, точка O- начало координат, AB – горизонтальный отрезок искомой длины x, точка C на прямой S=1. Пусть точка E на отрезке AB соответствует моменту обгона грузовиком вездехода. Пусть AB=x, AE=a=kx/(1+k), 0<k<1 BE= x/(1+k)=x-a, точка M лежит на оси t и OM=a=AE. Аналогично точка N на прямой S=1 и CN=BE= x/(1+k). Путь вездехода соответствует прямой DEF, OD=b(мин.), FC=e(мин.) Прямая GEH соответствует пути грузовика, точка G лежит на оси t и DG=c, точка H на прямой S=1 и HF=d(мин.) Из подобия треугольников MED и FNE следует

$$FN = (b-a)\frac{d}{c}, CF = FN + BE \leftrightarrow CF = \frac{d}{c}\left(b - x\frac{k}{1+k}\right) + \frac{x}{1+k} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow x = \frac{\left(CF - b\frac{d}{c}\right)(1+k)}{1 - \frac{d}{c}k}.$$

Подставим значения параметров в последнее соотношение, получим

Ответ: 78 мин.

Задание 8. Вариант 6.

База соединена с буровой станцией единственной дорогой. Вездеход вышел на буровую через 30 мин. после трактора, а грузовик - через 15 мин. после вездехода. Трактор в пути останавливался на дороге. Когда прошла пятая часть времени стоянки, водитель трактора заметил, что на дороге рядом с ним грузовик обогнал вездеход. На буровую вездеход прибыл через 20 минут после грузовика, трактор – через 48 мин. после вездехода. Сколько времени длилась остановка трактора? Ответ дайте в минутах.

Решение

Решим задачу графически. На плоскости (t,S), где t – время, S - пройденный путь, положим длину дороги равной 1, тогда траектория трактора – ломаная OABC, точка O- начало координат, AB – горизонтальный отрезок искомой длины x, точка C на прямой S=1. Пусть точка E на отрезке AB соответствует моменту обгона грузовиком вездехода. Пусть AB=x, AE=a=kx/(1+k), 0<k<1 BE= x/(1+k)=x-a, точка M лежит на оси t и OM=a=AE. Аналогично точка N на прямой S=1 и CN=BE= x/(1+k). Путь вездехода соответствует прямой DEF, OD=b(мин.), FC=e(мин.) Прямая GEH соответствует пути грузовика, точка G лежит на оси t и DG=c, точка H на прямой S=1 и HF=d(мин.) Из подобия треугольников MED и FNE следует

$$FN = (b-a)\frac{d}{c}, CF = FN + BE \leftrightarrow CF = \frac{d}{c}\left(b - x\frac{k}{1+k}\right) + \frac{x}{1+k} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow x = \frac{\left(CF - b\frac{d}{c}\right)(1+k)}{1-\frac{d}{c}k}.$$

Подставим значения параметров в последнее соотношение, получим

Ответ: 15 мин.

Задание 8. Вариант 7.

База соединена с буровой станцией единственной дорогой. Вездеход вышел на буровую через 32 мин. после трактора, а грузовик - через 15 мин. после вездехода. Трактор в пути останавливался на дороге. Когда прошла пятая часть времени стоянки, водитель трактора заметил, что на дороге рядом с ним грузовик обогнал вездеход. На буровую вездеход прибыл через 20 минут после грузовика, трактор – через 52 мин. после вездехода. Сколько времени длилась остановка трактора? Ответ дайте в минутах.

Решение

Решим задачу графически. На плоскости (t,S), где t – время, S - пройденный путь, положим длину дороги равной 1, тогда траектория трактора – ломаная OABC, точка O- начало координат, AB – горизонтальный отрезок искомой длины x, точка C на прямой S=1. Пусть точка E на отрезке AB соответствует моменту обгона грузовиком вездехода. Пусть AB=x, AE=a=kx/(1+k), 0<k<1 BE= x/(1+k)=x-a, точка M лежит на оси t и OM=a=AE. Аналогично точка N на прямой S=1 и CN=BE= x/(1+k). Путь вездехода соответствует прямой DEF, OD=b(мин.), FC=e(мин.) Прямая GEH соответствует пути грузовика, точка G лежит на оси t и DG=c, точка H на прямой S=1 и HF=d(мин.) Из подобия треугольников MED и FNE следует

$$FN = (b-a)\frac{d}{c}, CF = FN + BE \leftrightarrow CF = \frac{d}{c}\left(b - x\frac{k}{1+k}\right) + \frac{x}{1+k} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow x = \frac{\left(CF - b\frac{d}{c}\right)(1+k)}{1-\frac{d}{c}k}.$$

Подставим значения параметров в последнее соотношение, получим

Ответ: 18 мин.

Задание 8. Вариант 8.

База соединена с буровой станцией единственной дорогой. Вездеход вышел на буровую через 25 мин. после трактора, а грузовик - через 15 мин. после вездехода. Трактор в пути останавливался на дороге. Когда прошла пятая часть времени стоянки, водитель трактора заметил, что на дороге рядом с ним грузовик обогнал вездеход. На буровую вездеход прибыл через 20 минут после грузовика, трактор – через 48 мин. после вездехода. Сколько времени длилась остановка трактора? Ответ дайте в минутах.

Решение

Решим задачу графически. На плоскости (t,S), где t – время, S - пройденный путь, положим длину дороги равной 1, тогда траектория трактора – ломаная OABC, точка O- начало координат, AB – горизонтальный отрезок искомой длины x, точка C на прямой S=1. Пусть точка E на отрезке AB соответствует моменту обгона грузовиком вездехода. Пусть AB=x, AE=a=kx/(1+k), 0<k<1 BE= x/(1+k)=x-a, точка M лежит на оси t и OM=a=AE. Аналогично точка N на прямой S=1 и CN=BE= x/(1+k). Путь вездехода соответствует прямой DEF, OD=b(мин.), FC=e(мин.) Прямая GEH соответствует пути грузовика, точка G лежит на оси t и DG=c, точка H на прямой S=1 и HF=d(мин.) Из подобия треугольников MED и FNE следует

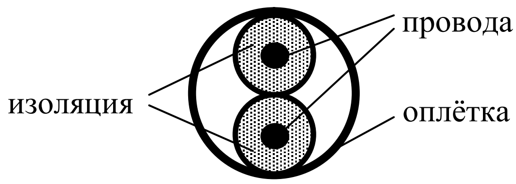
$$FN = (b-a)\frac{d}{c}, CF = FN + BE \leftrightarrow CF = \frac{d}{c}\left(b - x\frac{k}{1+k}\right) + \frac{x}{1+k} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow x = \frac{\left(CF - b\frac{d}{c}\right)(1+k)}{1-\frac{d}{c}k}.$$

Подставим значения параметров в последнее соотношение, получим

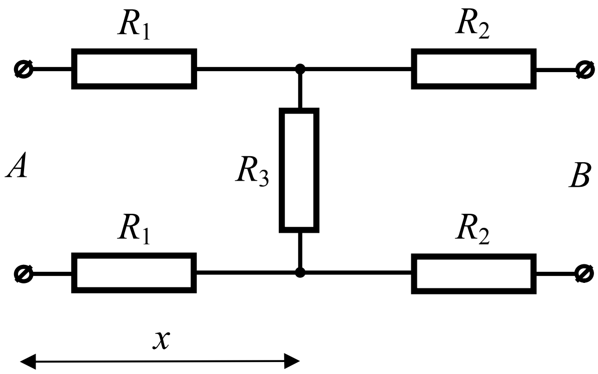
Ответ: 28 мин.

Задание 9. Вариант 1



Кабель AB длиной $L = 200$ м состоит из двух проводов, покрытых изоляцией и находящихся в общей оплётке (на рисунке показано поперечное сечение кабеля). В процессе эксплуатации изоляция между проводами внутри кабеля в некотором месте оказалась нарушенной, и её сопротивление вместо практически бесконечного стало конечным. При подключении источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В к выводам проводов на конце A кабеля напряжение между проводами на конце B кабеля $U_1 = 5$ В, а при подключении того же источника ЭДС к выводам проводов на конце B кабеля напряжение между проводами на конце A кабеля $U_2 = 4$ В. На каком расстоянии x от конца A кабеля произошло нарушение изоляции между проводами? Ответ в метрах округлите до десятых. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение.



Эквивалентная схема кабеля после нарушения изоляции показана на рисунке. Пусть R – сопротивление провода длиной L. Тогда

$$R_1 = \frac{xR}{L}, \qquad R_2 = \frac{(L-x)R}{L}.$$

Если пренебречь внутренним сопротивлением источника, то приложенное к выводам проводов напряжение равно $\mathcal{E}$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце A, получим на конце B напряжение

$$U_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_1 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2zR + R_3},$$

где $z = x/L$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце B, получим на конце A напряжение

$$U_2 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_2 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2(1-z)R + R_3}.$$

Преобразуем эти уравнения к виду

$$2zR = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_1} - 1\right) R_3,$$

$$2(1-z)R = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_2} - 1\right) R_3$$

и разделим второе уравнение на первое. Получим:

$$\frac{1}{z} - 1 = \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}.$$

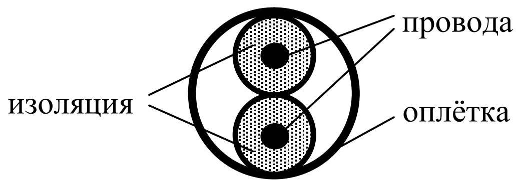
Отсюда

$$x = Lz = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} = \frac{200}{1 + \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 4}} \approx 57{,}1 \text{ м}.$$

Ответ: $x = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} = 57{,}1$ м

Задание 9. Вариант 2

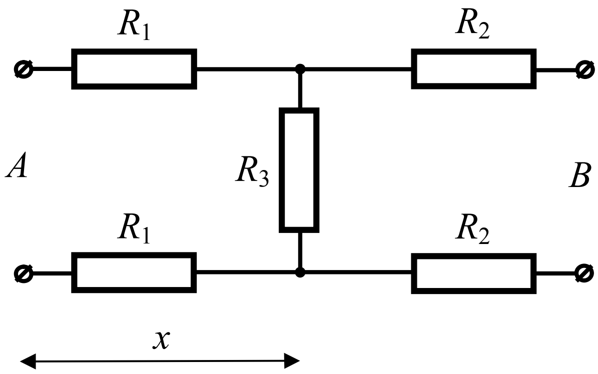
Кабель AB длиной $L = 200$ м состоит из двух проводов, покрытых изоляцией и находящихся в общей оплётке (на рисунке показано поперечное сечение кабеля). В процессе эксплуатации изоляция между проводами внутри кабеля в некотором месте оказалась нарушенной, и её сопротивление вместо практически бесконечного стало конечным. При подключении источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В к выводам проводов на конце A кабеля напряжение между проводами на конце B кабеля $U_1 = 4$ В, а при подключении того же источника ЭДС к выводам проводов на конце B кабеля напряжение между проводами на конце A кабеля $U_2 = 3$ В. На каком расстоянии x от конца A кабеля произошло нарушение изоляции между проводами? Ответ в метрах округлите до десятых. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.



Решение.

Эквивалентная схема кабеля после нарушения изоляции показана на рисунке. Пусть R – сопротивление провода длиной L. Тогда

$$R_1 = \frac{xR}{L}, \qquad R_2 = \frac{(L-x)R}{L}.$$



Если пренебречь внутренним сопротивлением источника, то приложенное к выводам проводов напряжение равно $\mathcal{E}$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце A, получим на конце B напряжение

$$U_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_1 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2zR + R_3},$$

где $z = x/L$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце B, получим на конце A напряжение

$$U_2 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_2 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2(1-z)R + R_3}.$$

Преобразуем эти уравнения к виду

$$2zR = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_1} - 1\right) R_3,$$

$$2(1-z)R = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_2} - 1\right) R_3$$

и разделим второе уравнение на первое. Получим:

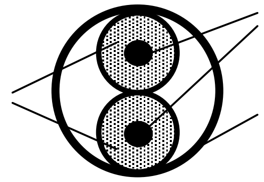
$$\frac{1}{z} - 1 = \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}.$$

Отсюда

$$x = Lz = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} \approx 66{,}7 \text{ м}.$$

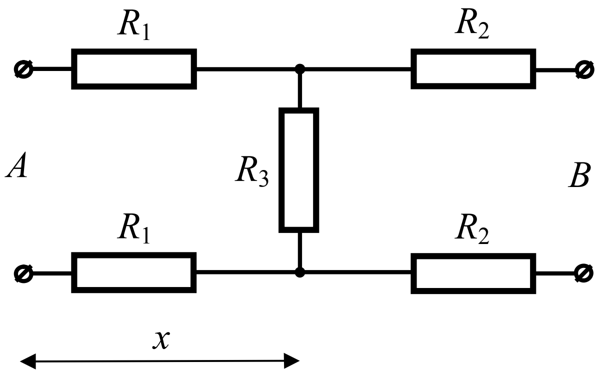
Ответ: $x = \frac{L}{1+\frac{(\mathcal{E}-U_2)U_1}{(\mathcal{E}-U_1)U_2}} = 66{,}7$ м

Задание 9. Вариант 3



Кабель AB длиной $L = 200$ м состоит из двух проводов, покрытых изоляцией и находящихся в общей оплётке (на рисунке показано поперечное сечение кабеля). В процессе эксплуатации изоляция между проводами внутри кабеля в некотором месте оказалась нарушенной, и её сопротивление вместо практически бесконечного стало конечным. При подключении источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 9$ В к выводам проводов на конце A кабеля напряжение между проводами на конце B кабеля $U_1 = 5$ В, а при подключении того же источника ЭДС к выводам проводов на конце B кабеля напряжение между проводами на конце A кабеля $U_2 = 4$ В. На каком расстоянии x от конца A кабеля произошло нарушение изоляции между проводами? Ответ в метрах округлите до десятых. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение.



Эквивалентная схема кабеля после нарушения изоляции показана на рисунке. Пусть R – сопротивление провода длиной L. Тогда

$$R_1 = \frac{xR}{L}, \qquad R_2 = \frac{(L-x)R}{L}.$$

Если пренебречь внутренним сопротивлением источника, то приложенное к выводам проводов напряжение равно $\mathcal{E}$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце A, получим на конце B напряжение

$$U_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_1 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2zR + R_3},$$

где $z = x/L$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце B, получим на конце A напряжение

$$U_2 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_2 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2(1-z)R + R_3}.$$

Преобразуем эти уравнения к виду

$$2zR = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_1} - 1\right) R_3,$$

$$2(1-z)R = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_2} - 1\right) R_3$$

и разделим второе уравнение на первое. Получим:

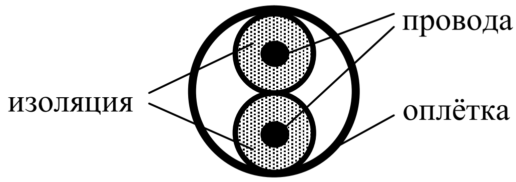
$$\frac{1}{z} - 1 = \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}.$$

Отсюда

$$x = Lz = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} \approx 78{,}0 \text{ м}.$$

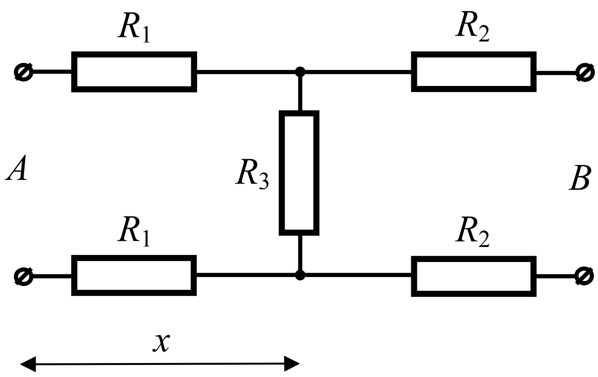
Ответ: $x = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} = 78{,}0$ м

Задание 9. Вариант 4



Кабель AB длиной $L = 200$ м состоит из двух проводов, покрытых изоляцией и находящихся в общей оплётке (на рисунке показано поперечное сечение кабеля). В процессе эксплуатации изоляция между проводами внутри кабеля в некотором месте оказалась нарушенной, и её сопротивление вместо практически бесконечного стало конечным. При подключении источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 9$ В к выводам проводов на конце A кабеля напряжение между проводами на конце B кабеля $U_1 = 7$ В, а при подключении того же источника ЭДС к выводам проводов на конце B кабеля напряжение между проводами на конце A кабеля $U_2 = 6$ В. На каком расстоянии x от конца A кабеля произошло нарушение изоляции между проводами? Ответ в метрах округлите до десятых. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение.



Эквивалентная схема кабеля после нарушения изоляции показана на рисунке. Пусть R – сопротивление провода длиной L. Тогда

$$R_1 = \frac{xR}{L}, \qquad R_2 = \frac{(L-x)R}{L}.$$

Если пренебречь внутренним сопротивлением источника, то приложенное к выводам проводов напряжение равно $\mathcal{E}$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце A, получим на конце B напряжение

$$U_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_1 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2zR + R_3},$$

где $z = x/L$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце B, получим на конце A напряжение

$$U_2 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_2 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2(1-z)R + R_3}.$$

Преобразуем эти уравнения к виду

$$2zR = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_1} - 1\right) R_3,$$

$$2(1-z)R = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_2} - 1\right) R_3$$

и разделим второе уравнение на первое. Получим:

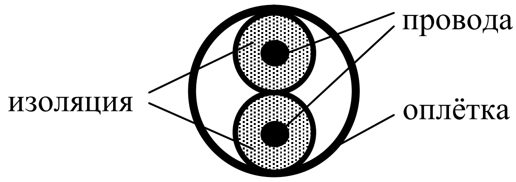
$$\frac{1}{z} - 1 = \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}.$$

Отсюда

$$x = Lz = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} \approx 72{,}8 \text{ м}.$$

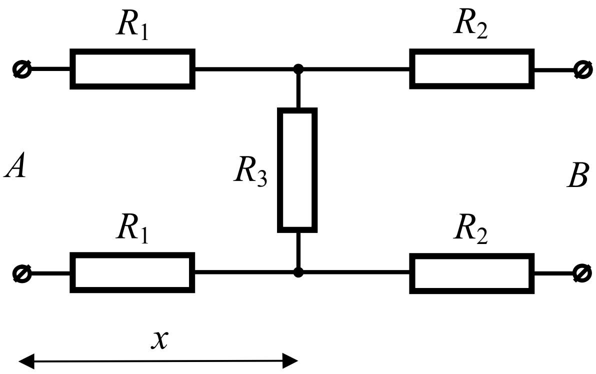
Ответ: $x = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} = 72{,}8$ м

Задание 9. Вариант 5



Кабель AB длиной $L = 200$ м состоит из двух проводов, покрытых изоляцией и находящихся в общей оплётке (на рисунке показано поперечное сечение кабеля). В процессе эксплуатации изоляция между проводами внутри кабеля в некотором месте оказалась нарушенной, и её сопротивление вместо практически бесконечного стало конечным. При подключении источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 9$ В к выводам проводов на конце A кабеля напряжение между проводами на конце B кабеля $U_1 = 8$ В, а при подключении того же источника ЭДС к выводам проводов на конце B кабеля напряжение между проводами на конце A кабеля $U_2 = 7$ В. На каком расстоянии x от конца A кабеля произошло нарушение изоляции между проводами? Ответ в метрах округлите до десятых. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение.



Эквивалентная схема кабеля после нарушения изоляции показана на рисунке. Пусть R – сопротивление провода длиной L. Тогда

$$R_1 = \frac{xR}{L}, \qquad R_2 = \frac{(L-x)R}{L}.$$

Если пренебречь внутренним сопротивлением источника, то приложенное к выводам проводов напряжение равно $\mathcal{E}$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце A, получим на конце B напряжение

$$U_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_1 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2zR + R_3},$$

где $z = x/L$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце B, получим на конце A напряжение

$$U_2 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_2 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2(1-z)R + R_3}.$$

Преобразуем эти уравнения к виду

$$2zR = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_1} - 1\right) R_3,$$

$$2(1-z)R = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_2} - 1\right) R_3$$

и разделим второе уравнение на первое. Получим:

$$\frac{1}{z} - 1 = \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}.$$

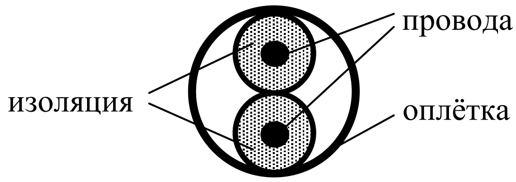
Отсюда

$$x = Lz = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} \approx 60{,}9 \text{ м}.$$

Ответ: $x = \frac{L}{1+\frac{(\mathcal{E}-U_2)U_1}{(\mathcal{E}-U_1)U_2}} = 60{,}9$ м

Задание 9. Вариант 6

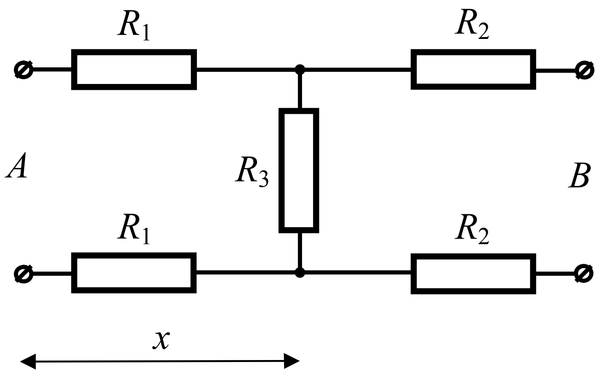
Кабель AB длиной $L = 200$ м состоит из двух проводов, покрытых изоляцией и находящихся в общей оплётке (на рисунке показано поперечное сечение кабеля). В процессе эксплуатации изоляция между проводами внутри кабеля в некотором месте оказалась нарушенной, и её сопротивление вместо практически бесконечного стало конечным. При подключении источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 9$ В к выводам проводов на конце A кабеля напряжение между проводами на конце B кабеля $U_1 = 7$ В, а при подключении того же источника ЭДС к выводам проводов на конце B кабеля напряжение между проводами на конце A кабеля $U_2 = 4$ В. На каком расстоянии x от конца A кабеля произошло нарушение изоляции между проводами? Ответ в метрах округлите до десятых. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.



Решение.

Эквивалентная схема кабеля после нарушения изоляции показана на рисунке. Пусть R – сопротивление провода длиной L. Тогда

$$R_1 = \frac{xR}{L}, \qquad R_2 = \frac{(L-x)R}{L}.$$



Если пренебречь внутренним сопротивлением источника, то приложенное к выводам проводов напряжение равно $\mathcal{E}$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце A, получим на конце B напряжение

$$U_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_1 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2zR + R_3},$$

где $z = x/L$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце B, получим на конце A напряжение

$$U_2 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_2 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2(1-z)R + R_3}.$$

Преобразуем эти уравнения к виду

$$2zR = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_1} - 1\right) R_3,$$

$$2(1-z)R = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_2} - 1\right) R_3$$

и разделим второе уравнение на первое. Получим:

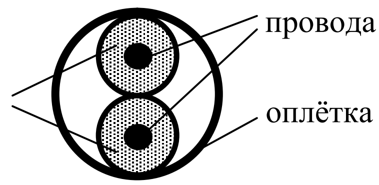
$$\frac{1}{z} - 1 = \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}.$$

Отсюда

$$x = Lz = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} \approx 37{,}2 \text{ м}.$$

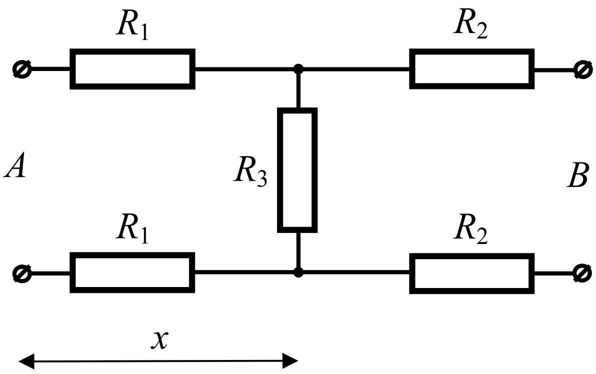
Ответ: $x = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} = 37{,}2$ м

Задание 9. Вариант 7



Кабель AB длиной $L = 200$ м состоит из двух проводов, покрытых изоляцией и находящихся в общей оплётке (на рисунке показано поперечное сечение кабеля). В процессе эксплуатации изоляция между проводами внутри кабеля в некотором месте оказалась нарушенной, и её сопротивление вместо практически бесконечного стало конечным. При подключении источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 9$ В к выводам проводов на конце A кабеля напряжение между проводами на конце B кабеля $U_1 = 7$ В, а при подключении того же источника ЭДС к выводам проводов на конце B кабеля напряжение между проводами на конце A кабеля $U_2 = 5$ В. На каком расстоянии x от конца A кабеля произошло нарушение изоляции между проводами? Ответ в метрах округлите до десятых. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение.



Эквивалентная схема кабеля после нарушения изоляции показана на рисунке. Пусть R – сопротивление провода длиной L. Тогда

$$R_1 = \frac{xR}{L}, \qquad R_2 = \frac{(L - x)R}{L}.$$

Если пренебречь внутренним сопротивлением источника, то приложенное к выводам проводов напряжение равно $\mathcal{E}$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце A, получим на конце B напряжение

$$U_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_1 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2zR + R_3},$$

где $z = x/L$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце B, получим на конце A напряжение

$$U_2 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_2 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2(1 - z)R + R_3}.$$

Преобразуем эти уравнения к виду

$$2zR = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_1} - 1\right) R_3,$$

$$2(1 - z)R = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_2} - 1\right) R_3$$

и разделим второе уравнение на первое. Получим:

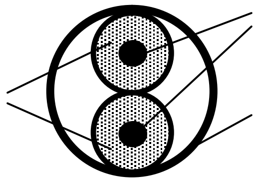
$$\frac{1}{z} - 1 = \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}.$$

Отсюда

$$x = Lz = \frac{L}{1 + \dfrac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} \approx 52{,}6 \text{ м}.$$

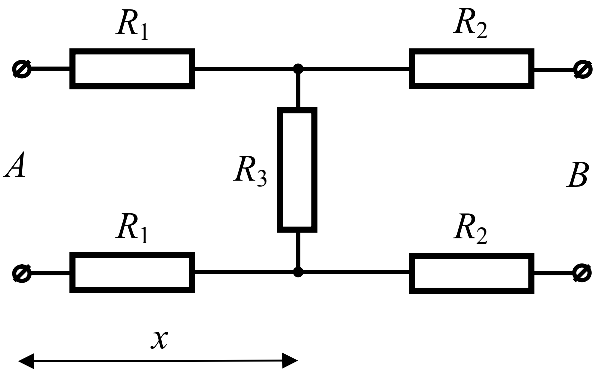
Ответ: $x = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} = 52{,}6$ м

Задание 9. Вариант 8



Кабель AB длиной $L = 200$ м состоит из двух проводов, покрытых изоляцией и находящихся в общей оплётке (на рисунке показано поперечное сечение кабеля). В процессе эксплуатации изоляция между проводами внутри кабеля в некотором месте оказалась нарушенной, и её сопротивление вместо практически бесконечного стало конечным. При подключении источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 9$ В к выводам проводов на конце A кабеля напряжение между проводами на конце B кабеля $U_1 = 8$ В, а при подключении того же источника ЭДС к выводам проводов на конце B кабеля напряжение между проводами на конце A кабеля $U_2 = 6$ В. На каком расстоянии x от конца A кабеля произошло нарушение изоляции между проводами? Ответ в метрах округлите до десятых. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение.



Эквивалентная схема кабеля после нарушения изоляции показана на рисунке. Пусть R – сопротивление провода длиной L. Тогда

$$R_1 = \frac{xR}{L}, \qquad R_2 = \frac{(L-x)R}{L}.$$

Если пренебречь внутренним сопротивлением источника, то приложенное к выводам проводов напряжение равно $\mathcal{E}$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце A, получим на конце B напряжение

$$U_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_1 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2zR + R_3},$$

где $z = x/L$.

Приложив $\mathcal{E}$ на конце B, получим на конце A напряжение

$$U_2 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2R_2 + R_3} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_3}{2(1-z)R + R_3}.$$

Преобразуем эти уравнения к виду

$$2zR = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_1} - 1\right) R_3,$$

$$2(1-z)R = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_2} - 1\right) R_3$$

и разделим второе уравнение на первое. Получим:

$$\frac{1}{z} - 1 = \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}.$$

Отсюда

$$x = Lz = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} \approx 40{,}0 \text{ м}.$$

Ответ: $x = \frac{L}{1 + \frac{(\mathcal{E} - U_2)U_1}{(\mathcal{E} - U_1)U_2}} = 40{,}0$ м