ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
ПО ГЕОЛОГИИ
2017-2018 учебный год

ЗАДАНИЯ ВТОРОГО ТУРА ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5-9 КЛАССОВ

Вопрос 1.

Что называется водной оболочкой Земли?	Гидросфера
Самой высокой горной точкой России считается	гора Эльбрус
Чему равен возраст Земли?	4,6 млрд.лет
Действующим вулканом России является	Шивелуч

Вопрос 2.

Кристалл из восьми одинаковых граней в форме правильного треугольника называется	Октаэдр
Какого цвета рубин?	Красный
Какой минерал употребляют в пищу?	Галит
Какой минерал самый легкий?	Лёд

Вопрос 3.

Какая территория характеризуется интенсивными тектоническими явлениями?	Полуостров Камчатка
Какая горная порода образовывалась при застывании магмы в недрах Земной коры?	Габбро
Что образуется в результате карстовых процессов?	Карр
Как называются небольшие хорошо окатанные обломки горных пород?	Гравий

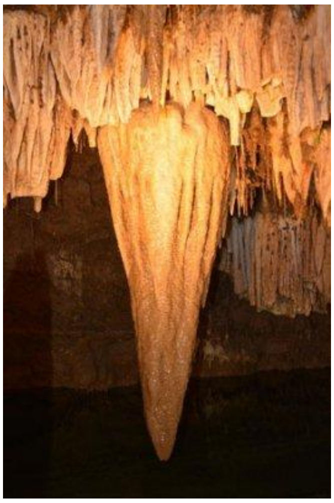
Вопрос 4.

Какой термин лишний?	Трог
Какой термин лишний?	Луна
Какой термин лишний?	Абразия
Какой термин лишний?	Аллювий

Вопрос 5.

На какой фотографии изображен атолл?

На какой фотографии изображен сталактит?



На какой фотографии изображена коса?

На какой фотографии изображена друза?

Задание 6. Вариант 1.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.4, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.1.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.15. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.2. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а p+q=0.3, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.55

Задание 6. Вариант 2.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.45, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.11.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.15. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.19. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q$=0.3, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.6

Задание 6. Вариант 3.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.42, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.12.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.14. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.19. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q$=0.3, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.58

Задание 6. Вариант 4.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.5, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.08.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.14. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.22. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q$=0.3, отсюда следует y=c, x+y∊[a,a+0.3], это означает x∊[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.66

Задание 6. Вариант 5.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.52, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.08.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.25. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.22. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a| \le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c| \le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)| \le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)| \ge 0.3$, а $p+q$=0.3, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.57

Задание 6. Вариант 6.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.56, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.18.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.3. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.12. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а p+q=0.3, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.56

Задание 6. Вариант 7.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.52, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.16.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.36. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.14. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\leq p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\leq q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\leq p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\geq 0.3$, а p+q=0.3, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.46

Задание 6. Вариант 8.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.48, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.12.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.26. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.18. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

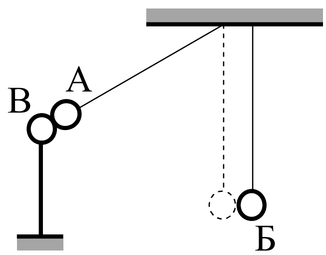
Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q=0.3$, отсюда следует y=c, x+y∊[a,a+0.3], это означает x∊[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.52

Задание 7. Вариант 1.



Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_А = q_В = 16$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}25$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике А в момент $t = 2{,}5$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение.

В момент $t_1 = 0{,}25$ с шарики А и Б абсолютно упруго сталкиваются друг с другом. При этом шарик А останавливается, а шарик Б начинает движение со скоростью, которая была у шарика А перед ударом. За время столкновения одинаковых проводящих шариков А и Б их суммарный заряд поровну делится между ними, поэтому после столкновения

$$q_{2А} = q_{1Б} = 8 \text{ нКл}.$$

В момент $t_2 = 0{,}5$ с шарик Б приходит в крайнее правое положение и начинает двигаться влево. В момент $t_3 = 0{,}75$ с шарики А и Б абсолютно упруго сталкиваются друг с другом. При этом шарик Б останавливается, а шарик А начинает движение со скоростью, которая была у шарика Б перед ударом. Поскольку заряды шариков одинаковы, при столкновении они не изменяются.

В момент $t_4 = 1{,}0$ с шарики А и В касаются друг друга, их суммарный заряд поровну делится между ними, поэтому после столкновения

$$q_{3А} = q_{2В} = \frac{1}{2}(8 \text{ нКл} + 16 \text{ нКл}) = 12 \text{ нКл}.$$

Начиная с этого момента, цикл движения шариков А и Б повторяется с периодом $T = 1{,}0$ с. Поэтому в момент $t_5 = 1{,}25$ с при столкновении шариков А и Б они приобретают заряд

$$q_{4А} = q_{2Б} = \frac{1}{2}(12 \text{ нКл} + 8 \text{ нКл}) = 10 \text{ нКл}.$$

В момент $t_6 = 1{,}75$ с при столкновении шариков А и Б изменения их заряда не происходит. В момент $t_7 = 2{,}0$ с шарики А и В касаются друг друга, поэтому после столкновения их заряды

$$q_{5А} = q_{3В} = \frac{1}{2}(10 \text{ нКл} + 12 \text{ нКл}) = 11 \text{ нКл}.$$

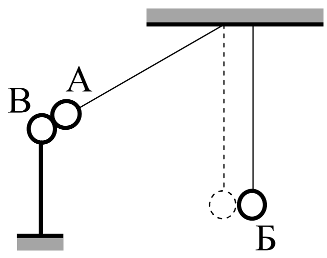
Наконец, в момент $t_8 = 2{,}25$ с при столкновении шариков А и Б они приобретают заряд

$$q_{6А} = q_{3Б} = \frac{1}{2}(11 \text{ нКл} + 10 \text{ нКл}) = 10{,}5 \text{ нКл}.$$

Поскольку за время от 2,25 с до 2,5 с шарик А висит неподвижно на непроводящей нити и не касается других предметов, его заряд в момент $t_9 = 2{,}5$ с остается равным 10,5 нКл.

Ответ: $q_А = 10{,}5$ нКл.

Задание 7. Вариант 2.

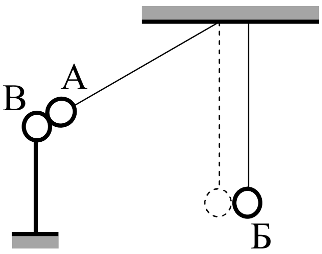


Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_А = q_В = 20$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}3$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике Б в момент $t = 2$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_Б = 12{,}5$ нКл.

Задание 7. Вариант 3.

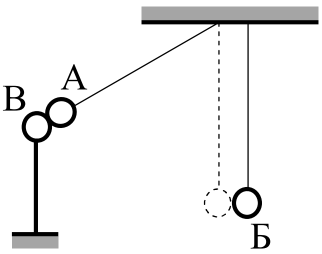


Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 12$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}2$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике В в момент $t = 1{,}4$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{В}} = 9$ нКл.

Задание 7. Вариант 4.

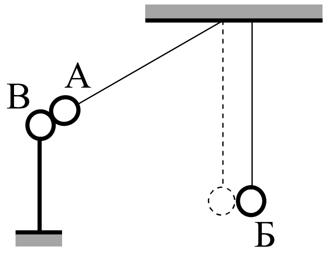


Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_А = q_В = 12$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}3$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике А в момент $t = 2$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_А = 7{,}5$ нКл.

Задание 7. Вариант 5.



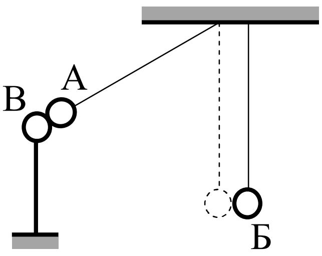
Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 24$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}25$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике Б в момент $t = 2$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{Б}} = 15$ нКл.

Задание 7. Вариант 6.

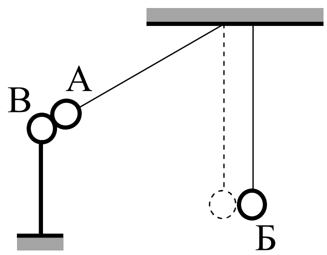
Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 16$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}2$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике В в момент $t = 2$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.



Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{В}} = 11$ нКл.

Задание 7. Вариант 7.

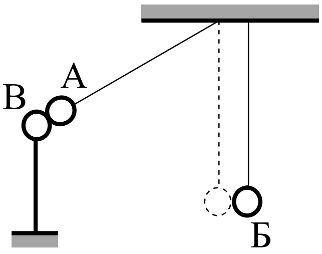


Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 8\,\text{нКл}$. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}3\,\text{с}$ он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике А в момент $t = 2{,}5\,\text{с}$? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{А}} = 5{,}5\,\text{нКл}$.

Задание 7. Вариант 8.



Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 16$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}3$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике Б в момент $t = 1{,}8$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{Б}} = 10$ нКл.

Задание 8. Вариант 1.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 40 мин, а от точки B до точки M - за 20 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Рассмотрим треугольник ABC, сторона AB=2/3v, отрезок BM=1/3v, AM перпендикулярно BM, v – скорость распространения воды. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный: BA=NA=2/3v, MB=MN=1/3v. Далее,

$$MA = \sqrt{BA^2 - BM^2} = \frac{v}{3}\sqrt{3},\ MA \cdot MB = AN \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{v}{3}\sqrt{3} \Rightarrow AC = \frac{v}{3}.$$

Ответ: 20 мин.

Задание 8. Вариант 2.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 45 мин, а от точки B до точки M - за 30 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 5 мин.

Ответ: 5 мин.

Задание 8. Вариант 3.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 45 мин, а от точки B до точки M - за 25 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 17 мин.

Ответ: 17 мин.

Задание 8. Вариант 4.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 40 мин, а от точки B до точки M - за 25 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\dfrac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \dfrac{4t^4}{k^2}} = \dfrac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\dfrac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\dfrac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 9 мин.

Ответ: 9 мин.

Задание 8. Вариант 5.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 45 мин, а от точки B до точки M - за 10 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора

$$AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}.$$

Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 41 мин.

Ответ: 41 мин.

Задание 8. Вариант 6.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки А,В, и С, при этом каналы СА и СВ перпендикулярны. Расстояние от точки А до точки В вода преодолевает за 45 мин, а от точки В до точки М - за 15 мин. Точка М лежит на биссектрисе угла ВАС и канал ВМ перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из А в С? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 35 мин.

Ответ: 35 мин.

Задание 8. Вариант 7.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 30 мин, а от точки B до точки M - за 10 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 23 мин.

Ответ: 23 мин.

Задание 8. Вариант 8.

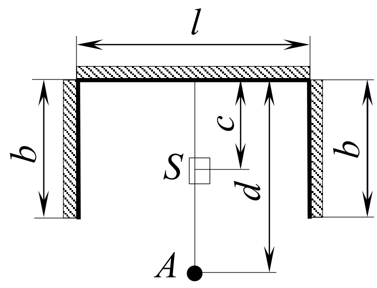
При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 30 мин, а от точки B до точки M - за 20 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 3 мин.

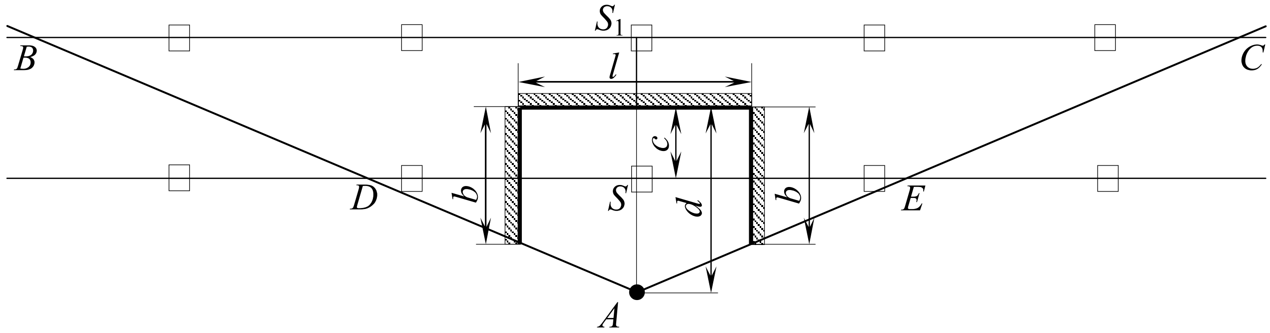
Ответ: 3 мин.

Задание 9. Вариант 1.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}6$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}3$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 0{,}8$ м от центрального зеркала?



Решение.
Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.
Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1 = 2\left[\frac{0{,}8+0{,}3}{2(0{,}8-0{,}6)}\right] + 1 = 2\left[\frac{1{,}1}{0{,}4}\right] + 1 = 5,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

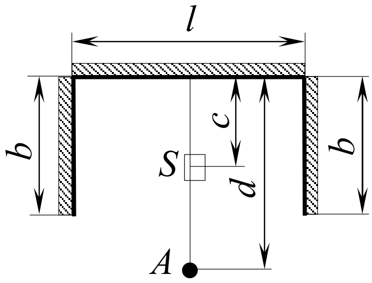
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right] = 2\left[\frac{0{,}8-0{,}3}{2(0{,}8-0{,}6)}\right] = 2\left[\frac{0{,}5}{0{,}4}\right] = 2.$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

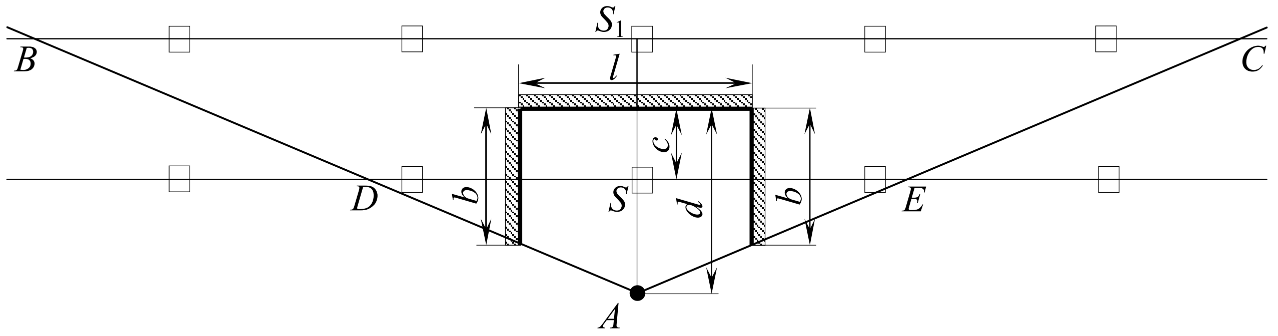
Ответ: 7.

Задание 9. Вариант 2.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}6$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}4$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 0{,}9$ м от центрального зеркала?



Решение.
Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник *S*. Расстояния между изображениями равны *l*.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии *c* от него. Из точки *A* видны только те изображения источника, которые попадают в сектор *BAC*.
Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой *BC* и видимых из точки *A*,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть *x*. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой *DE* и видимых из точки *A*,

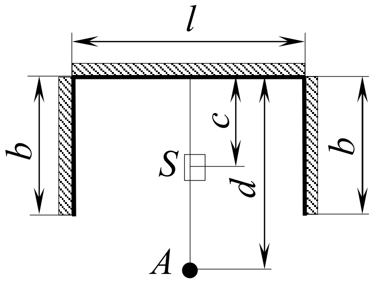
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки *A* видно $N_1 + N_2$ изображений свечи *S*.

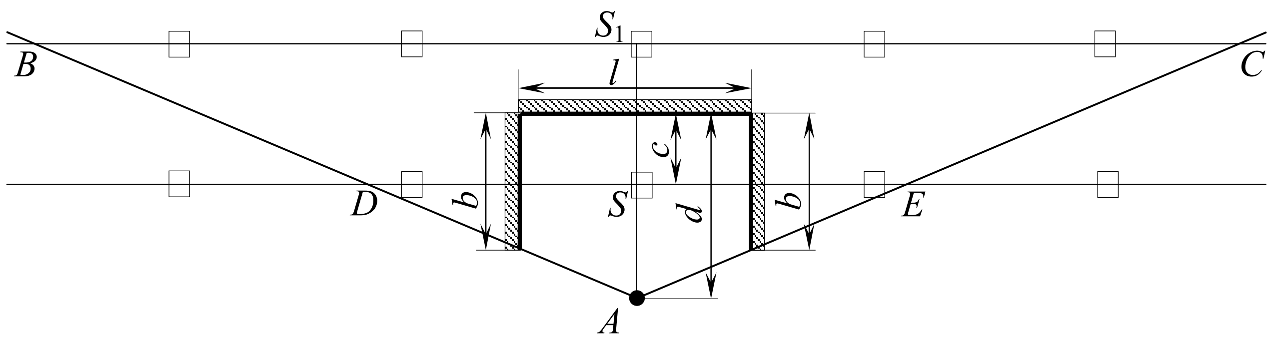
Ответ: 5.

Задание 9. Вариант 3.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}7$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}4$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 0{,}9$ м от центрального зеркала?



Решение.
Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.
Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

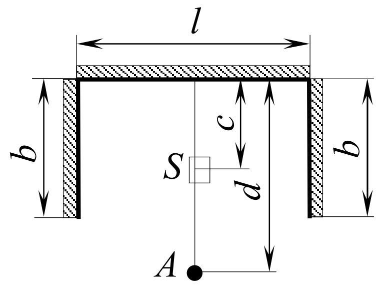
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

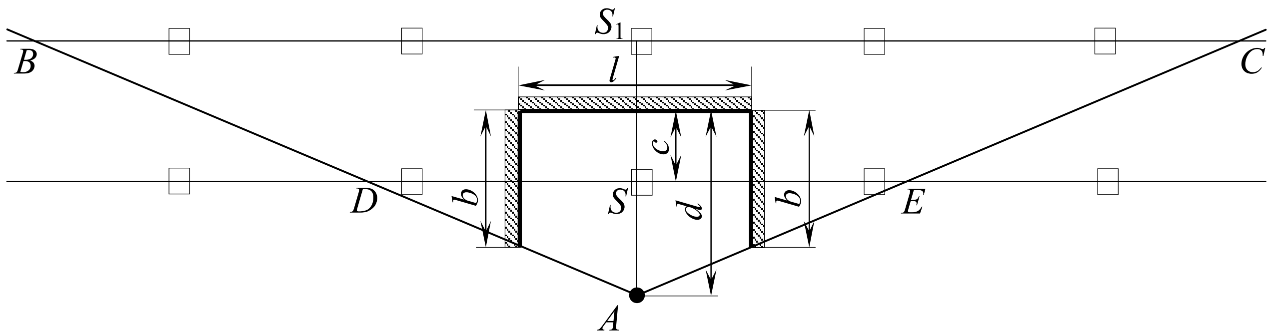
Ответ: 9.

Задание 9. Вариант 4.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}9$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}2$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 1{,}1$ м от центрального зеркала?



Решение.
Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник *S*. Расстояния между изображениями равны *l*.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии *c* от него. Из точки *A* видны только те изображения источника, которые попадают в сектор *BAC*.
Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой *BC* и видимых из точки *A*,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть *x*. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой *DE* и видимых из точки *A*,

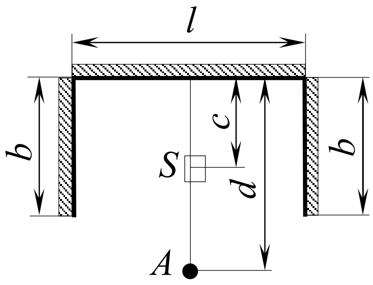
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки *A* видно $N_1 + N_2$ изображений свечи *S*.

Ответ: 11.

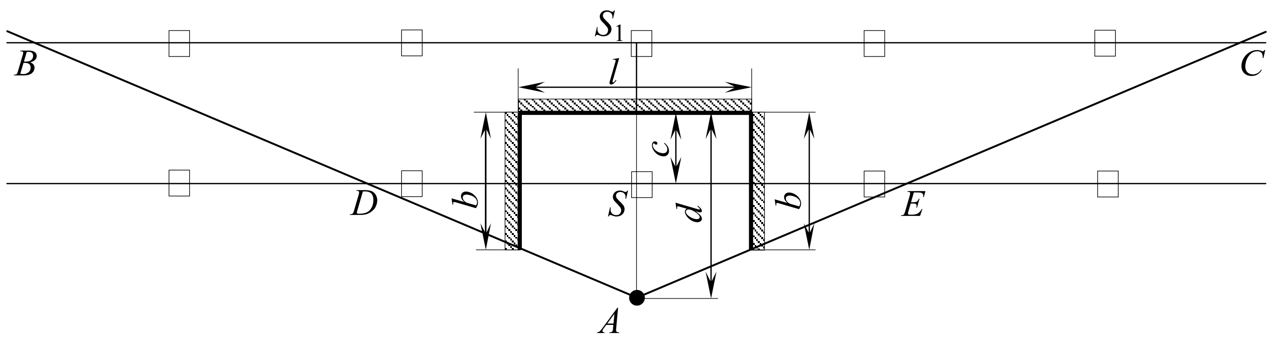
Задание 9. Вариант 5.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}5$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}1$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 0{,}8$ м от центрального зеркала?



Решение.

Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.

Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

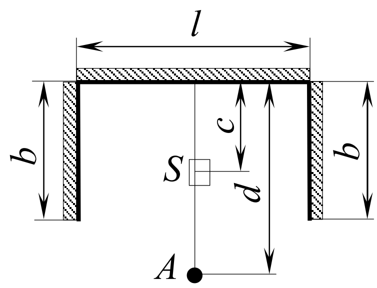
где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

Ответ: 5.

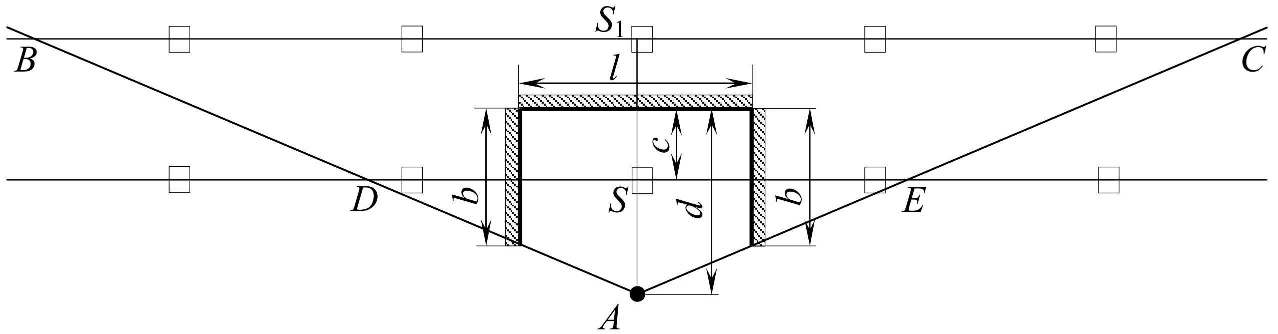
Задание 9. Вариант 6.



На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}6$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}5$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 0{,}8$ м от центрального зеркала?

Решение.

Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.

Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

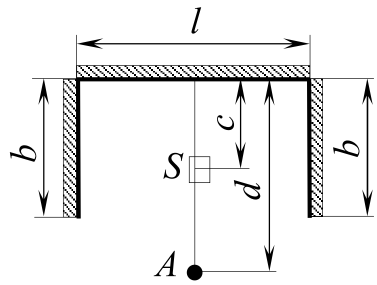
где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

Ответ: 7.

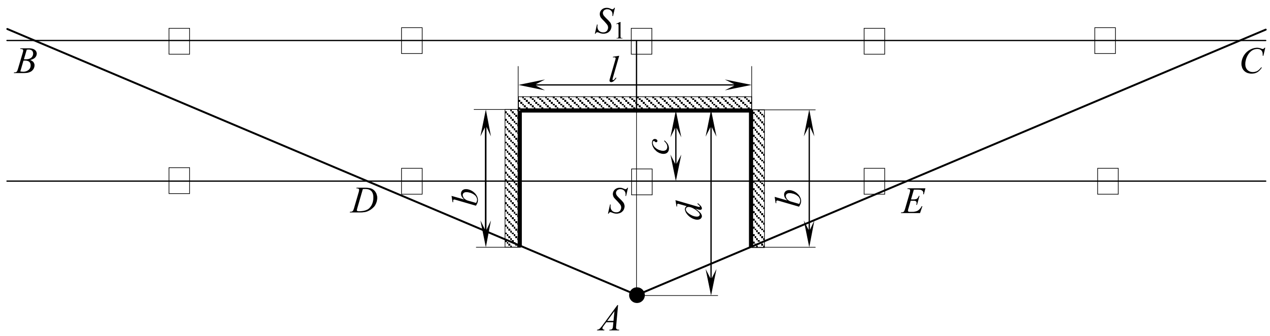
Задание 9. Вариант 7.



На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}8$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}1$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 1$ м от центрального зеркала?

Решение.

Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.

Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

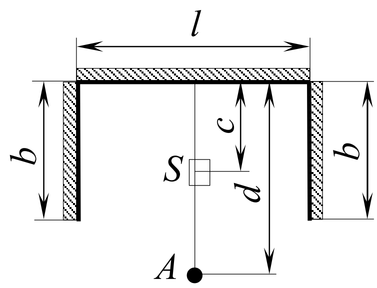
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

Ответ: 9.

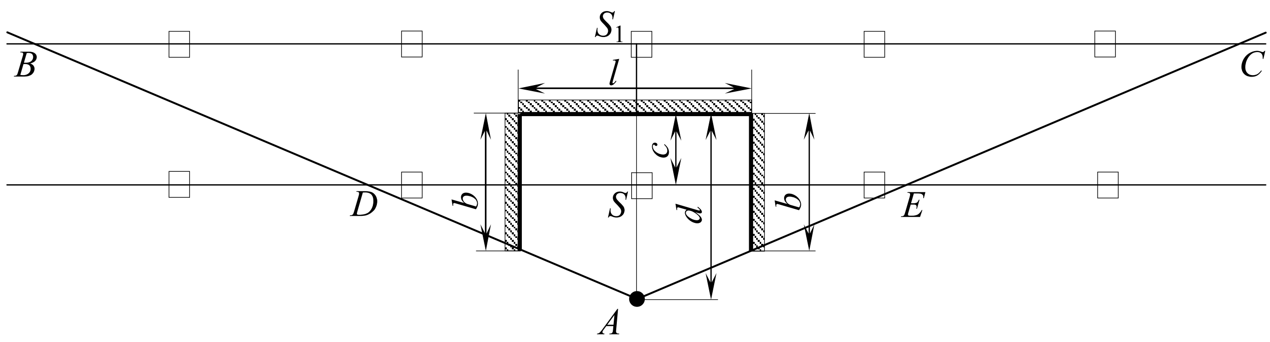
Задание 9. Вариант 8.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}9$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}6$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 1{,}1$ м от центрального зеркала?



Решение.

Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник *S*. Расстояния между изображениями равны *l*.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии *c* от него. Из точки *A* видны только те изображения источника, которые попадают в сектор *BAC*.

Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой *BC* и видимых из точки *A*,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть *x*. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой *DE* и видимых из точки *A*,

$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки *A* видно $N_1 + N_2$ изображений свечи *S*.

Ответ: 11.