**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»**

*ЗАДАНИЯ 2-го ТУРА ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА*
*ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ «ГЕОЛОГИЯ»*
*ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ*

Вопрос 1.

| | |
|---|---|
| Мощность земной коры достигает: | 70 км |
| Чему равна средняя плотность земной коры? | 2,7 г/см3 |
| Где расположена астеносфера Земли? | В мантии |
| Как называется оболочка Земли, расположенная на глубинах 5200 километров? | Внутреннее ядро |

Вопрос 2.

| | |
|---|---|
| Какую форму рельефа образуют реки? | Терраса |
| Какая форма рельефа создаётся ветром? | Дюна |
| Для какой территории характерен интенсивный современный вулканизм? | Исландия |
| Какая горная порода относится к классу осадочных горных пород? | Аргиллит |

Вопрос 3.

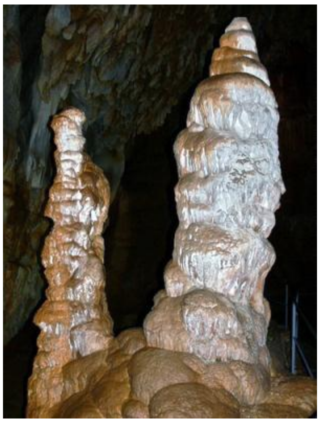
| | |
|---|---|
| Основным источником никеля является минерал | пентландит |
| Основным источником железа является минерал | гематит |
| Основным источником вольфрама является минерал | шеелит |
| Основным источником марганца является минерал | пиролюзит |

Вопрос 4.

| | |
|---|---|
| Какой термин лишний? | Морена |
| Какой термин лишний? | Шлиф |
| Какой термин лишний? | Клиф |
| Какой термин лишний? | Гранит |

Вопрос 5.

На какой фотографии изображен сталагмит?



На какой фотографии изображена жеода?

На какой фотографии изображена кальдера?

На какой фотографии изображены карры?

**Задание 6. Вариант 1.**

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 10%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 4%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 3–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 2%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 5%?

Решение. Пусть $p_0$ – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=( p_0-n-p)/( p_0-p)$, откуда 1-x=0.874. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации $p_0$-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\le(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \ge \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем m≥10.27.

Ответ: 11.

**Задание 6. Вариант 2.**

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 11%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 3%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 4 –х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 3%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 5%?

Решение. Пусть $p_0$ – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=( p_0-n-p)/( p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации $p_0$-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\le(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \ge \frac{\ln(\dfrac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем $m\ge 12.74$.

Ответ: 13

**Задание 6. Вариант 3.**

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 12%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 3%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 5–ти суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 2%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 4%?

Решение. Пусть $p_0$ – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=( p_0-n-p)/( p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации $p_0$-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\le(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \ge \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1 - x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем $m\ge38.71$.

Ответ: 39

**Задание 6. Вариант 4.**

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 13%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 3%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 3–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 3%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 6%?

Решение. Пусть $p_0$ – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=( p_0-n-p)/( p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации $p_0$-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\leq(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \geq \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем m≥11.4.

Ответ: 12

**Задание 6. Вариант 5.**

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 12%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 4%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 4–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 3%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 5%?

Решение. Пусть $p_0$ – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=( p_0-n-p)/( p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации $p_0-n$ , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\le(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \geq \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем m≥22.38.

Ответ: 23

**Задание 6. Вариант 6.**

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 11%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 4%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 4–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 3%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 5%?

Решение. Пусть $p_0$ – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=( p_0-n-p)/( p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации $p_0-n$ , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\le(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \ge \frac{\ln(\frac{p_2-p}{p_1-p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем $m\ge16.48$.

Ответ: 17

**Задание 6. Вариант 7.**

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 10%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 3%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 4–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 2%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 4%?

Решение. Пусть $p_0$ – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=( p_0-n-p)/( p_0-p)$, откуда 1-x=0.874. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации $p_0$-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\le(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \ge \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем m≥19.13.

Ответ: 20

**Задание 6. Вариант 8.**

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 9%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 9%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 3–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 3%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 3%?

Решение. Пусть $p_0$ – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=( p_0-n-p)/( p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации $p_0$-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\le(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

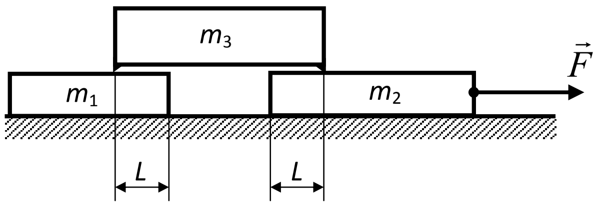
$$m \ge \frac{\ln(\dfrac{p_2-p}{p_1-p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем m≥12.4.

Ответ: 13

**Задание 7. Вариант 1.**

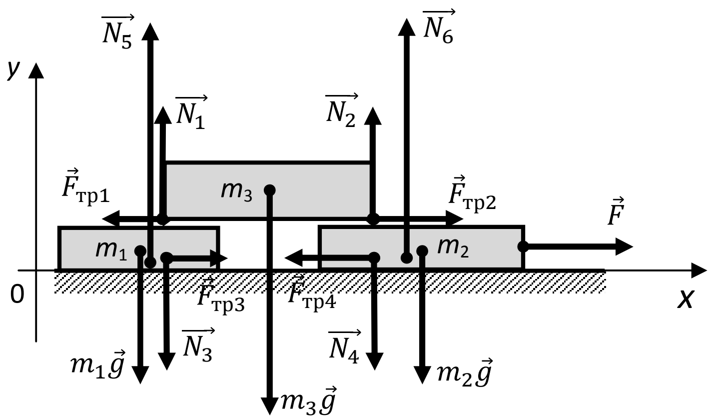
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.




На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 3$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску $m_2$ прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 3 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок $m_3$ соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском $m_3$ и брусками $m_1$ и $m_2$ равен μ = 0,1. Расстояние $L = 30$ см. Ускорение свободного падения $g$ = 10 м/с$^2$. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.

**Решение.**

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску $m_2$ постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.




Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок $m_3$. Брусок$m_3$ движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси *Ox*. Значит, $F_{\text{тр2}} > F_{\text{тр1}}$. С другой стороны, брусок $m_3$ движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска$m_3$ равной 2*b*, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{\text{тр2}} > F_{\text{тр1}}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{\text{тр}} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{\text{тр2}}$ – сила трения скольжения$\left(F_{\text{тр2}} = \mu N\right)$, а

$F_{тр1}$ – сила трения покоя$\left(F_{тр1} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок $m_3$ соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок $m_3$ скользит по бруску $m_2$, но движется вместе с бруском $m_1$ как одно целое.

Найдем $N$, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось $Oy$ для бруска $m_3$:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{тр2} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{тр2} = F_{тр4}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось $Ox$ отдельно для брусков $m_1$ и $m_3$, движущихся как одно целое, и для бруска $m_2$:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок $m_2$ должен опережать брусок $m_3$, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время $t$ из состояния покоя брусок $m_3$ сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок $m_2$ – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений $a_{1x}$ и $a_{2x}$, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

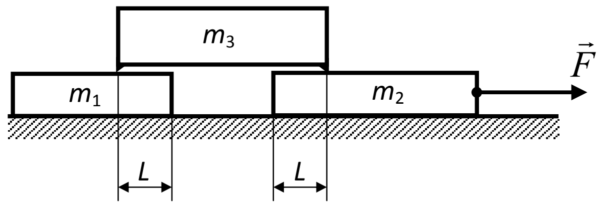
откуда

$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

**Ответ:** 1,3 с.

**Задание 7. Вариант 2.**

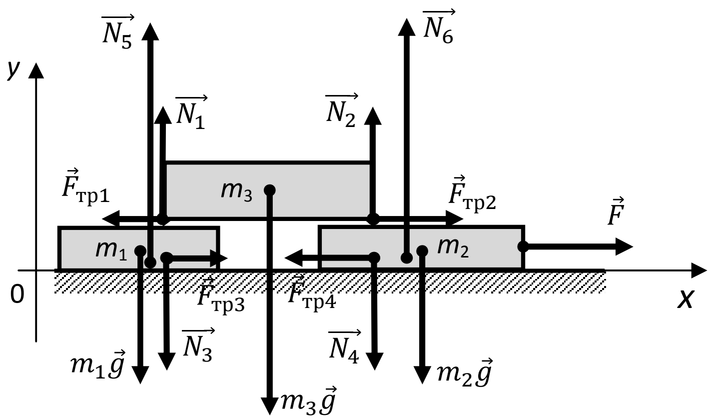
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.




На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 1$кг и $m_2 = 2$кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 3$кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску $m_2$ прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 4 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок $m_3$ соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском $m_3$ и брусками $m_1$ и $m_2$ равен μ = 0,1. Расстояние $L = 30$ см. Ускорение свободного падения $g$ = 10 м/с$^2$. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.

**Решение.**

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску $m_2$ постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.




Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок $m_3$. Брусок$m_3$ движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси *Ox*. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок $m_3$ движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска$m_3$ равной 2*b*, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \leq \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{тр1}$ – сила трения покоя$\left(F_{тр1} \le \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок $m_3$ соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок $m_3$ скользит по бруску $m_2$, но движется вместе с бруском $m_1$ как одно целое.

Найдем $N$, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось $Oy$ для бруска $m_3$:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{тр2} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{тр2} = F_{тр4}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось $Ox$ отдельно для брусков $m_1$ и $m_3$, движущихся как одно целое, и для бруска $m_2$:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок $m_2$ должен опережать брусок $m_3$, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время $t$ из состояния покоя брусок $m_3$ сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок $m_2$ – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений $a_{1x}$ и $a_{2x}$, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

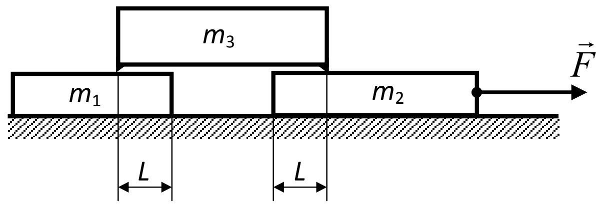
откуда

$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

**Ответ:** 0,8 с.

**Задание 7. Вариант 3.**

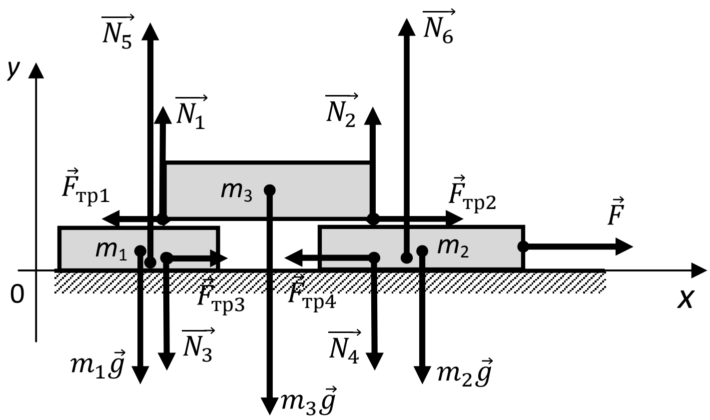
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.




На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 3$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску $m_2$ прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 3 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок $m_3$ соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском $m_3$ и брусками $m_1$ и $m_2$ равен μ = 0,1. Расстояние $L = 20$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.

**Решение.**

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску $m_2$ постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.




Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок $m_3$. Брусок$m_3$ движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси *Ox*. Значит, $F_{\text{тр2}} > F_{\text{тр1}}$. С другой стороны, брусок $m_3$ движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска$m_3$ равной 2*b*, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{\text{тр2}} > F_{\text{тр1}}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{\text{тр}} \leq \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{\text{тр2}}$ – сила трения скольжения$\left(F_{\text{тр2}} = \mu N\right)$, а

$F_{тр1}$ – сила трения покоя$\left(F_{тр1} \le \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок $m_3$ соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок $m_3$ скользит по бруску $m_2$, но движется вместе с бруском $m_1$ как одно целое.

Найдем $N$, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось $Oy$ для бруска $m_3$:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{тр2} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{тр2} = F_{тр4}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось $Ox$ отдельно для брусков $m_1$ и $m_3$, движущихся как одно целое, и для бруска $m_2$:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок $m_2$ должен опережать брусок $m_3$, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время $t$ из состояния покоя брусок $m_3$ сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок $m_2$ – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений $a_{1x}$ и $a_{2x}$, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

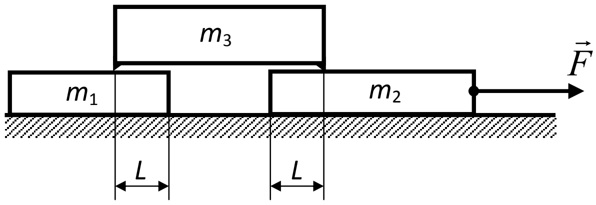
откуда

$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

**Ответ:** 1,0 с.

**Задание 7. Вариант 4.**

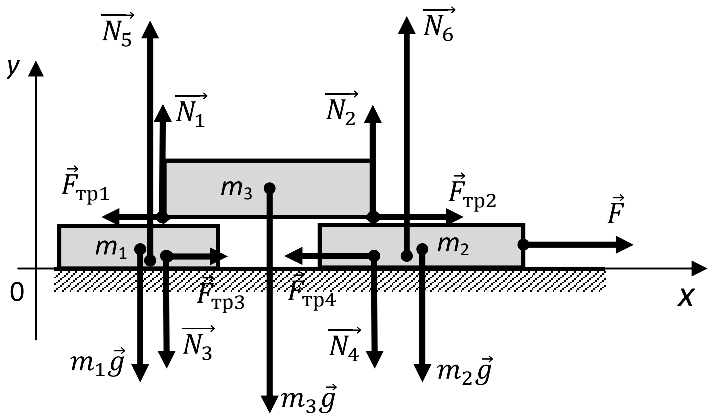
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.




На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 3$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску $m_2$ прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 4 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок $m_3$ соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском $m_3$ и брусками $m_1$ и $m_2$ равен $\mu = 0{,}1$. Расстояние $L = 20$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.

**Решение.**

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску $m_2$ постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.




Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок $m_3$. Брусок$m_3$ движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси *Ox*. Значит, $F_{\text{тр}2} > F_{\text{тр}1}$. С другой стороны, брусок $m_3$ движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска$m_3$ равной 2*b*, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{\text{тр}2} > F_{\text{тр}1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{\text{тр}} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{\text{тр}2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{\text{тр}2} = \mu N\right)$, а

$F_{тр1}$ – сила трения покоя$\left(F_{тр1} \le \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок $m_3$ соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок $m_3$ скользит по бруску $m_2$, но движется вместе с бруском $m_1$ как одно целое.

Найдем $N$, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось $Oy$ для бруска $m_3$:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{тр2} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{тр2} = F_{тр4}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось $Ox$ отдельно для брусков $m_1$ и $m_3$, движущихся как одно целое, и для бруска $m_2$:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок $m_2$ должен опережать брусок $m_3$, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время $t$ из состояния покоя брусок $m_3$ сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок $m_2$ – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений $a_{1x}$ и $a_{2x}$, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

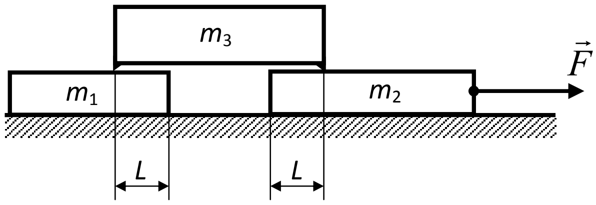
откуда

$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

**Ответ:** 0,7 с.

**Задание 7. Вариант 5.**

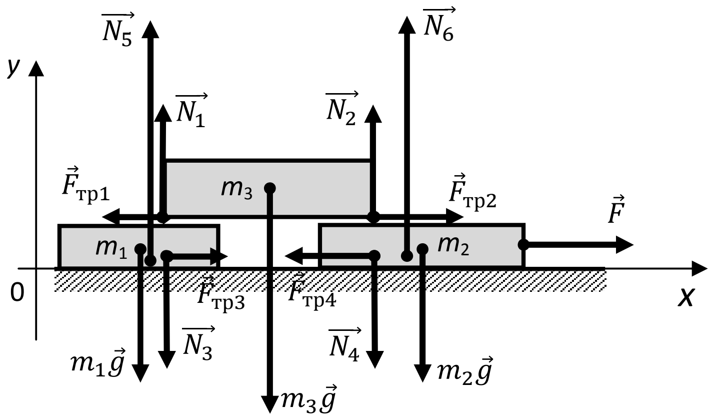
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.




На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 4$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 5$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску $m_2$ прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 4 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок $m_3$ соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском $m_3$ и брусками $m_1$ и $m_2$ равен $\mu = 0{,}1$. Расстояние $L = 30$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.

**Решение.**

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску $m_2$ постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.




Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок $m_3$. Брусок$m_3$ движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси $Ox$. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок $m_3$ движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска$m_3$ равной $2b$, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{тр1}$ – сила трения покоя$\left(F_{тр1} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок $m_3$ соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок $m_3$ скользит по бруску $m_2$, но движется вместе с бруском $m_1$ как одно целое.

Найдем $N$, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось $Oy$ для бруска $m_3$:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{тр2} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{тр2} = F_{тр4}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось $Ox$ отдельно для брусков $m_1$ и $m_3$, движущихся как одно целое, и для бруска $m_2$:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3) a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок $m_2$ должен опережать брусок $m_3$, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время $t$ из состояния покоя брусок $m_3$ сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок $m_2$ – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений $a_{1x}$ и $a_{2x}$, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

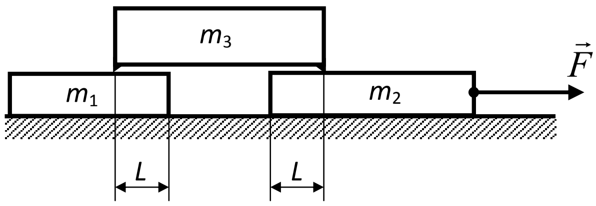
откуда

$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

**Ответ:** 3,1 с.

**Задание 7. Вариант 6.**

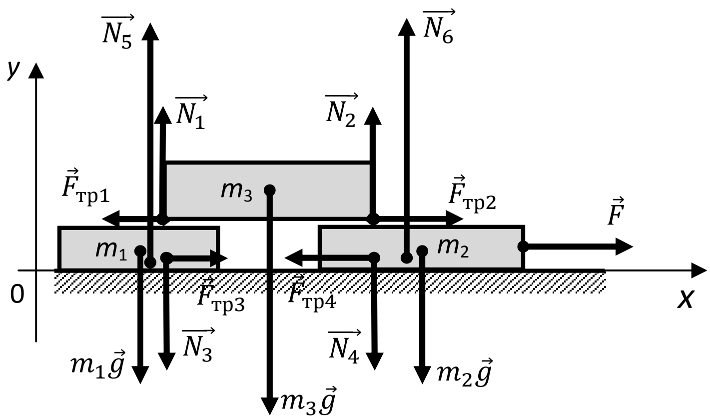
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.




На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 4$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 5$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску $m_2$ прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 4 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок $m_3$ соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском $m_3$ и брусками $m_1$ и $m_2$ равен μ = 0,1. Расстояние $L = 20$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.

**Решение.**

Покажем силы, действующие на бруски. Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску $m_2$ постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.




Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок $m_3$. Брусок$m_3$ движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси *Ox*. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок $m_3$ движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска$m_3$ равной 2*b*, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \leq \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{тр1}$ – сила трения покоя$\left(F_{тр1} \le \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок $m_3$ соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок $m_3$ скользит по бруску $m_2$, но движется вместе с бруском $m_1$ как одно целое.

Найдем $N$, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось $Oy$ для бруска $m_3$:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{тр2} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{тр2} = F_{тр4}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось $Ox$ отдельно для брусков $m_1$ и $m_3$, движущихся как одно целое, и для бруска $m_2$:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок $m_2$ должен опережать брусок $m_3$, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время $t$ из состояния покоя брусок $m_3$ сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок $m_2$ – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений $a_{1x}$ и $a_{2x}$, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

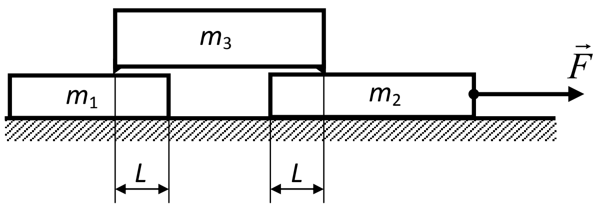
откуда

$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

**Ответ:** 2,5 с.

**Задание 7. Вариант 7.**

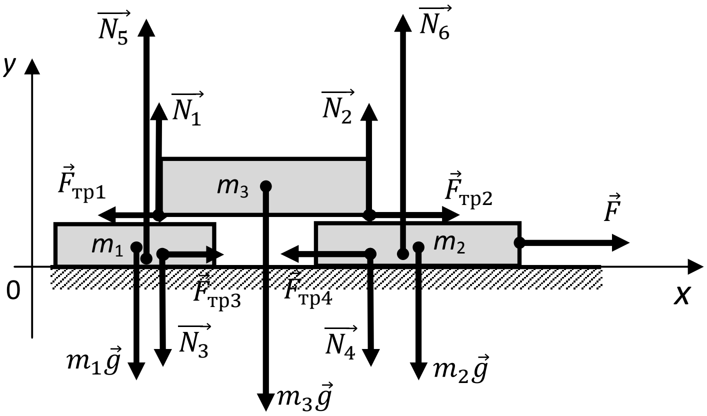
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.




На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 4$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 5$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску $m_2$ прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 5 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок $m_3$ соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском $m_3$ и брусками $m_1$ и $m_2$ равен $\mu = 0{,}1$. Расстояние $L = 30$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.

**Решение.**

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску $m_2$ постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.




Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок $m_3$. Брусок$m_3$ движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси $Ox$. Значит, $F_{\text{тр2}} > F_{\text{тр1}}$. С другой стороны, брусок $m_3$ движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска$m_3$ равной $2b$, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{\text{тр2}} > F_{\text{тр1}}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{\text{тр}} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{\text{тр2}}$ – сила трения скольжения$\left(F_{\text{тр2}} = \mu N\right)$, а

$F_{тр1}$ – сила трения покоя$\left(F_{тр1} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок $m_3$ соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок $m_3$ скользит по бруску $m_2$, но движется вместе с бруском $m_1$ как одно целое.

Найдем $N$, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось $Oy$ для бруска $m_3$:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{тр2} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{тр2} = F_{тр4}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось $Ox$ отдельно для брусков $m_1$ и $m_3$, движущихся как одно целое, и для бруска $m_2$:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок $m_2$ должен опережать брусок $m_3$, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время $t$ из состояния покоя брусок $m_3$ сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок $m_2$ – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений $a_{1x}$ и $a_{2x}$, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

откуда

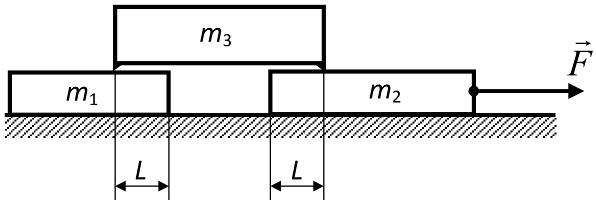
$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

**Ответ:** 1,4 с.

**Задание 7. Вариант 8.**

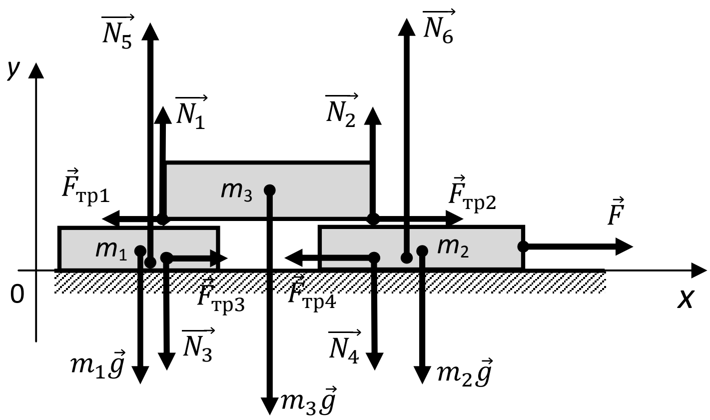
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.

На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 4$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 5$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску $m_2$ прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 5 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок $m_3$ соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском $m_3$ и брусками $m_1$ и $m_2$ равен μ = 0,1. Расстояние $L = 20$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.




**Решение.**

Покажем силы, действующие на бруски. Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску $m_2$ постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.




Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок $m_3$. Брусок$m_3$ движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси *Ox*. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок $m_3$ движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска$m_3$ равной 2*b*, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{\text{тр1}}$ – сила трения покоя$\left(F_{\text{тр1}} \le \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок $m_3$ соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок $m_3$ скользит по бруску $m_2$, но движется вместе с бруском $m_1$ как одно целое.

Найдем $N$, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось $Oy$ для бруска $m_3$:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{\text{тр2}} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{\text{тр2}} = F_{\text{тр4}}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось $Ox$ отдельно для брусков $m_1$ и $m_3$, движущихся как одно целое, и для бруска $m_2$:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок $m_2$ должен опережать брусок $m_3$, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время $t$ из состояния покоя брусок $m_3$ сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок $m_2$ – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений $a_{1x}$ и $a_{2x}$, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

откуда

$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

**Ответ:** 1,1 с.

**Задание 8. Вариант 1.**

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 3 раза меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 24 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть $h$ – расстояние от $A$ до дороги, $h = AO$, $O$ – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если $v$ – скорость вне дороги, $kv$ – скорость на дороге, а точка $C$ на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут $ACB$ будет оптимальным, если $x$ – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)\,/\,kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение $x$ должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}}-\frac{1}{k}=0 \Leftrightarrow x=\frac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка $x$ доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута $ACB$. По условию задачи AC≤AB/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min}=v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}.$$ Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$=32.199, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 32.2

**Задание 8. Вариант 2.**

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 6 раз меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 20 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть $h$ – расстояние от $A$ до дороги, $h = AO$, $O$ – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если $v$ – скорость вне дороги, $kv$ – скорость на дороге, а точка $C$ на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут $ACB$ будет оптимальным, если $x$ – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)\,/\,kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение $x$ должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}}-\frac{1}{k}=0 \Leftrightarrow x=\frac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка $x$ доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута $ACB$. По условию задачи AC≤AB/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min}=v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}$$. Подставляя

значения параметров задачи, получим $v_{\min}$=21.21, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 21.2

**Задание 8. Вариант 3.**

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 3 раза меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 20 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть $h$ – расстояние от $A$ до дороги, $h = AO$, $O$ – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если $v$ – скорость вне дороги, $kv$ – скорость на дороге, а точка $C$ на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут $ACB$ будет оптимальным, если $x$ – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)\,/\,kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение $x$ должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}}-\frac{1}{k}=0 \Leftrightarrow x=\frac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка $x$ доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута $ACB$. По условию задачи AC≤AB/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min}=v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}$$

. Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$=26.83, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 26.8

**Задание 8. Вариант 4.**

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 6 раз меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 25 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть $h$ – расстояние от $A$ до дороги, $h = AO$, $O$ – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если $v$ – скорость вне дороги, $kv$ – скорость на дороге, а точка $C$ на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут $ACB$ будет оптимальным, если $x$ – решение задачи $\sqrt{h^2 + x^2} / v + (a - x) / kv \to \min_{x \in [0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2 + x^2} \le a - x$. Следовательно, решение $x$ должно удовлетворять условию $x \le a / 2$ и и это решение найдем из условия $\frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} - \frac{1}{k} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{h}{\sqrt{k^2 - 1}}$. Полученная точка $x$ доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута $ACB$. По условию задачи AC≤AB/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2 - 1}} \le 0.5\sqrt{1 + (\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1 + \frac{4}{(\frac{a}{h})^2 - 3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1 + \frac{4}{(\frac{a}{h})^2 - 3}}.$$ Подставляя

значения параметров задачи, получим $v_{\min}$=26.52, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 26.5

**Задание 8. Вариант 5.**

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 4 раза меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 15 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть $h$ – расстояние от $A$ до дороги, $h = AO$, $O$ – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если $v$ – скорость вне дороги, $kv$ – скорость на дороге, а точка $C$ на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут $ACB$ будет оптимальным, если $x$ – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)\,/\,kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение $x$ должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}}-\frac{1}{k}=0 \Leftrightarrow x=\frac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка $x$ доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута $ACB$. По условию задачи AC≤AB/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}.$$ Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$=17.32, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 17.3

**Задание 8. Вариант 6.**

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 4 раза меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 18 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть $h$ – расстояние от $A$ до дороги, $h = AO$, $O$ – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если $v$ – скорость вне дороги, $kv$ – скорость на дороге, а точка $C$ на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут $ACB$ будет оптимальным, если $x$ – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)\,/\,kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение $x$ должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\dfrac{x}{\sqrt{h^2+x^2}}-\dfrac{1}{k}=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка $x$ доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута $ACB$. По условию задачи AC≤AB/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min}=v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}$$

. Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$=20.78, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 20.8

**Задание 8. Вариант 7.**

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 5 раз меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 22 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть *h* – расстояние от *A* до дороги, $h = AO$, *O* – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть *OB*=*a*, тогда если *v* – скорость вне дороги, *kv* – скорость на дороге, а точка *C* на дороге выбрана так, что *OC*=*x*, то маршрут *ACB* будет оптимальным, если *x* – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)\,/\,kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение *x* должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}}-\frac{1}{k}=0 \Leftrightarrow x=\frac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка *x* доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута *ACB*. По условию задачи AC≤AB/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min}=v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}.$$ Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$=24.004, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 24.0

**Задание 8. Вариант 8.**

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 5 раз меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 12 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть $h$ – расстояние от $A$ до дороги, $h = AO$, $O$ – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если $v$ – скорость вне дороги, $kv$ – скорость на дороге, а точка $C$ на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут $ACB$ будет оптимальным, если $x$ – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)\,/\,kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение $x$ должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}} - \frac{1}{k} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка $x$ доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута $ACB$. По условию задачи AC≤AB/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}.$$ Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$ =13.09, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 13.1

**Задание 9. Вариант 1.**

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре $t$ = 40 °С и давлении $p$ = 15 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 86 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 7 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры $t_0$ = –50 °С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре $t_0$ = –50 °С давление насыщенных паров пропана $p_{нп}$ = 70 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{нб}$ = 9,4 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

**Решение.**
Пусть на месторождении добыт объем газа $V$ при температуре $T$ и давлении $p$. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где $N$– полное число молекул в газе и $k$ – постоянная Больцмана, полное число молекул $N$ газа в объеме $V$ можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме $V$ составляет

$$N_{мет} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме $V$ составляет

$$N_{эт} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме $V$ до температуры $T_0$ образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме $V$ совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{нп}$, $p_{нб}$ и $p_{нв}$ при температуре $T_0$. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом $V$, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема $V$ в этом объеме при температуре $T_0$ останется число

$$N'_{пр} = \frac{p_{нп}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{б} = \frac{p_{нб}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{в} = \frac{p_{нв}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме $V$ станет равным

$$N' = N_{мет} + N_{эт} + N'_{пр} + N'_{б} + N'_{в} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{нп}V}{kT_0} + \frac{p_{нб}V}{kT_0} + \frac{p_{нв}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{мет}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{нп}V}{kT_0} + \frac{p_{нб}V}{kT_0} + \frac{p_{нв}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб} + p_{нв}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре $T_0$, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб}}{p}}$$

**Ответ:** $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{нп} + p_{нб}}{p}} \approx 91{,}7\ \%$

**Задание 9. Вариант 2.**

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре $t$ = 40 °C и давлении $p$ = 10 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 85 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 6 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образововался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры $t_0$ = –50 °C, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре $t_0$ = –50 °C давление насыщенных паров пропана $p_{нп}$ = 70 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{нб}$ = 9,4 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

**Решение.**
Пусть на месторождении добыт объем газа $V$ при температуре $T$ и давлении $p$. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где $N$– полное число молекул в газе и $k$ – постоянная Больцмана, полное число молекул $N$ газа в объеме $V$ можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме $V$ составляет

$$N_{мет} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме $V$ составляет

$$N_{эт} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме $V$ до температуры $T_0$ образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме $V$ совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{нп}$, $p_{нб}$ и $p_{нв}$ при температуре $T_0$. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом $V$, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема $V$ в этом объеме при температуре $T_0$ останется число

$$N'_{пр} = \frac{p_{нп}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{б} = \frac{p_{нб}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{в} = \frac{p_{нв}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме $V$ станет равным

$$N' = N_{мет} + N_{эт} + N'_{пр} + N'_{б} + N'_{в} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{нп}V}{kT_0} + \frac{p_{нб}V}{kT_0} + \frac{p_{нв}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{мет}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{нп}V}{kT_0} + \frac{p_{нб}V}{kT_0} + \frac{p_{нв}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб} + p_{нв}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре $T_0$, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб}}{p}}$$

**Ответ:** $\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб}}{p}} \approx 92{,}3\,\%$

**Задание 9. Вариант 3.**

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре $t$ = 40 $^{\circ}$C и давлении $p$ = 15 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 85 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 8 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры $t_0$ = –45 $^{\circ}$C, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре $t_0$ = –45 $^{\circ}$C давление насыщенных паров пропана $p_{нп}$ = 88 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{нб}$ = 12,6 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

**Решение.**
Пусть на месторождении добыт объем газа $V$ при температуре $T$ и давлении $p$. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где $N$– полное число молекул в газе и $k$ – постоянная Больцмана, полное число молекул $N$ газа в объеме $V$ можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме $V$ составляет

$$N_{мет} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме $V$ составляет

$$N_{эт} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме $V$ до температуры $T_0$ образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме $V$ совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{нп}$, $p_{нб}$ и $p_{нв}$ при температуре $T_0$. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом $V$, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема $V$ в этом объеме при температуре $T_0$ останется число

$$N'_{пр} = \frac{p_{нп}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{б} = \frac{p_{нб}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{в} = \frac{p_{нв}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме $V$ станет равным

$$N' = N_{мет} + N_{эт} + N'_{пр} + N'_{б} + N'_{в} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{нп}V}{kT_0} + \frac{p_{нб}V}{kT_0} + \frac{p_{нв}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{мет}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{нп}V}{kT_0} + \frac{p_{нб}V}{kT_0} + \frac{p_{нв}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб} + p_{нв}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре $T_0$, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}}$$

**Ответ:** $\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}} \approx 90{,}5\,\%$

**Задание 9. Вариант 4.**

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре $t$ = 40 $^{\circ}$C и давлении $p$ = 10 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 84 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 7 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры $t_0$ = –45 $^{\circ}$C, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре $t_0$ = –45 $^{\circ}$C давление насыщенных паров пропана $p_{нп}$ = 88 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{нб}$ = 12,6 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

**Решение.**
Пусть на месторождении добыт объем газа $V$ при температуре $T$ и давлении $p$. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где $N$– полное число молекул в газе и $k$ – постоянная Больцмана, полное число молекул $N$ газа в объеме $V$ можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме $V$ составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме $V$ составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме $V$ до температуры $T_0$ образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме $V$ совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{нп}$, $p_{нб}$ и $p_{нв}$ при температуре $T_0$. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом $V$, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема $V$ в этом объеме при температуре $T_0$ останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме $V$ станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре $T_0$, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}}$$

**Ответ:** $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}} \approx 90{,}9\,\%$

**Задание 9. Вариант 5.**

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре $t$ = 40 °С и давлении $p$ = 15 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 81 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 9 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры $t_0$ = –40 °С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре $t_0$ = –40 °С давление насыщенных паров пропана $p_{\text{нп}}$ = 109 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{\text{нб}}$ = 16,7 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

**Решение.**
Пусть на месторождении добыт объем газа $V$ при температуре $T$ и давлении $p$. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где $N$– полное число молекул в газе и $k$ – постоянная Больцмана, полное число молекул $N$ газа в объеме $V$ можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме $V$ составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме $V$ составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме $V$ до температуры $T_0$ образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме $V$ совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{\text{нп}}$, $p_{\text{нб}}$ и $p_{\text{нв}}$ при температуре $T_0$. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом $V$, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема $V$ в этом объеме при температуре $T_0$ останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме $V$ станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0}\cdot\frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре $T_0$, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{нп} + p_{нб}}{p}}$$

**Ответ:** $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{нп} + p_{нб}}{p}} \approx 88{,}9\,\%$

**Задание 9. Вариант 6.**

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре $t$ = 40 $^oC$ и давлении $p$ = 10 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 83 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 8 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры $t_0$ = –40 $^oC$, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре $t_0$ = –40 $^oC$ давление насыщенных паров пропана $p_{нп}$ = 109 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{нб}$ = 16,7 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

**Решение.**
Пусть на месторождении добыт объем газа $V$ при температуре $T$ и давлении $p$. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где $N$– полное число молекул в газе и $k$ – постоянная Больцмана, полное число молекул $N$ газа в объеме $V$ можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме $V$ составляет

$$N_{мет} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме $V$ составляет

$$N_{эт} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме $V$ до температуры $T_0$ образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме $V$ совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{нп}$, $p_{нб}$ и $p_{нв}$ при температуре $T_0$. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом $V$, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема $V$ в этом объеме при температуре $T_0$ останется число

$$N'_{пр} = \frac{p_{нп}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{б} = \frac{p_{нб}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{в} = \frac{p_{нв}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме $V$ станет равным

$$N' = N_{мет}+N_{эт} + N'_{пр} + N'_{б} + N'_{в} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{нп}V}{kT_0} + \frac{p_{нб}V}{kT_0} + \frac{p_{нв}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{мет}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{нп}V}{kT_0} + \frac{p_{нб}V}{kT_0} + \frac{p_{нв}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб} + p_{нв}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре $T_0$, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб}}{p}}$$

**Ответ:** $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб}}{p}} \approx 89{,}5\ \%$

**Задание 9. Вариант 7.**

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре $t$ = 40 $^{o}$С и давлении $p$ = 15 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 78 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 9 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры $t_0$ = –35 $^{o}$С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре $t_0$ = –35 $^{o}$С давление насыщенных паров пропана $p_{нп}$ = 134 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{нб}$ = 21,8 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

**Решение.**
Пусть на месторождении добыт объем газа $V$ при температуре $T$ и давлении $p$. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где $N$– полное число молекул в газе и $k$ – постоянная Больцмана, полное число молекул $N$ газа в объеме $V$ можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме $V$ составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha p V}{kT},$$

число молекул этана в объеме $V$ составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta p V}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме $V$ до температуры $T_0$ образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме $V$ совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{нп}$, $p_{нб}$ и $p_{нв}$ при температуре $T_0$. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом $V$, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема $V$ в этом объеме при температуре $T_0$ останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}} V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}} V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}} V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме $V$ станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha p V}{kT} + \frac{\beta p V}{kT} + \frac{p_{\text{нп}} V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}} V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}} V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha p V}{kT}}{\frac{\alpha p V}{kT} + \frac{\beta p V}{kT} + \frac{p_{\text{нп}} V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}} V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}} V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре $T_0$, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб}}{p}}$$

**Ответ:** $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб}}{p}} \approx 88{,}3\,\%$

**Задание 9. Вариант 8.**

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре $t$ = 40 $^{o}$С и давлении $p$ = 10 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 76 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 12 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры $t_0$ = –35 $^{o}$С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре $t_0$ = –35 $^{o}$С давление насыщенных паров пропана $p_{нп}$ = 134 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{нб}$ = 21,8 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

**Решение.**
Пусть на месторождении добыт объем газа $V$ при температуре $T$ и давлении $p$. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где $N$– полное число молекул в газе и $k$ – постоянная Больцмана, полное число молекул $N$ газа в объеме $V$ можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме $V$ составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме $V$ составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме $V$ до температуры $T_0$ образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме $V$ совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{нп}$, $p_{нб}$ и $p_{нв}$ при температуре $T_0$. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом $V$, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема $V$ в этом объеме при температуре $T_0$ останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме $V$ станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре $T_0$, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб}}{p}}$$

**Ответ:** $\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{нп} + p_{нб}}{p}} \approx 84{,}4\,\%$