ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
ПО ГЕОЛОГИИ
2013/2014 учебный год

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ <u>ОТБОРОЧНОГО</u> ЭТАПА

Задание 1.

Глубина промерзания грунтов рассчитывается исходя из соотношения $h = \frac{C}{\sqrt{w}}$, где w – степень влажности грунта, С – постоянная. Для Московского региона в 2012 г. степень влажности грунта была равна 0.4. В 2013 г. глубина промерзания уменьшилась в 1.2 раза по сравнению с 2012 г. Чему была равна степень влажности грунта в 2013 г.?

Решение:

В 2012 г. глубина промерзания $h = \frac{C}{\sqrt{0.4}}$ а в 2013 г. она составляла

$$\frac{C}{\sqrt{w}} = \frac{5}{6}\frac{C}{\sqrt{0.4}} \Rightarrow \sqrt{w} = \frac{6}{5}\sqrt{0.4} \Leftrightarrow w = {}^{36}\!/_{25} \cdot 0.4 = \frac{144}{250} = \frac{72}{125} = 0.576$$

Ответ: 0.576

Задание 2.

Во время гидрологических исследований, проводимых со льда вдали от берега озера, в прорубь соскользнул плотно закрытый прямоугольный ящик с запасным оборудованием и упал на каменистое дно. Масса ящика вместе с его содержимым равна 150 кг, его размеры $30 \times 40 \times 60$ см^3. Сколько шариков, надутых воздухом, нужно погрузить в воду и привязать к ящику, чтобы оторвать его от дна озера? Объем каждого шарика под водой равен 10 л. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Массой шариков пренебречь.

Решение: Ящик оторвется от дна, когда сила Архимеда, приложенная к ящику и воздушным шарикам, уравновесит силу тяжести, действующую на ящик:

$F_{\text{Арх}} = mg$. В нашем случае $F_{\text{Арх}} = \rho g V_{общий} = \rho g \left(V_{ящика} + kV_{шарика}\right)$, где k – число шариков.

Из этих двух формул получаем: $m = \rho\left(V_{ящика} + kV_{шарика}\right)$, откуда

$$k = \frac{1}{V_{шарика}}\left(\frac{m}{\rho} - V_{ящика}\right) = \frac{1}{0{,}01}\left(\frac{150}{1000} - 0{,}3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6\right) = 7{,}8.$$

Число шариков должно быть целым, при этом ящик должен оторваться от дна. Поэтому округляем результат в бóльшую сторону до целого значения: k = 8.

Ответ: 8 шариков.

Задание 3.

При изучении морфологии песчаных зерен под микроскопом обнаружено зерно, имеющее форму прямоугольного треугольника с острым углом 30^0. Найдите коэффициент сферичности R этого зерна исходя из формулы $R = \sqrt{\frac{d}{D}}$, где d – диаметр вписанной окружности, а D – диаметр описанной окружности для указанного изображения зерна.

Решение: Для прямоугольного треугольника диаметр описанной окружности равен c – величине гипотенузы. Катеты треугольника равны $\frac{c}{2}$ и $\frac{c\sqrt{3}}{2}$. Радиус вписанной окружности r найдем из равенства $pr = S$, где S – площадь треугольника, p - полупериметр, $p = \frac{c}{2}(3+\sqrt{3})$, $S = \frac{c}{2} \cdot \frac{c\sqrt{3}}{2} = \frac{c^2\sqrt{3}}{4}$, откуда $r = \frac{c(3\sqrt{3}-3)}{12}$. $d = \frac{c(\sqrt{3}-1)}{2}$.

Следовательно $\frac{d}{D} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

Ответ: $\sqrt{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}$ =0,6

Задание 4.

Во многих задачах Землю можно с высокой степенью точности считать шаром радиусом R, в котором плотность вещества ρ распределена сферически симметрично, т.е. зависит только от расстояния r от центра шара O: ρ = ρ(r). В теории тяготения И.Ньютона доказывается, что

1) сила тяжести, действующая на тело малых размеров, помещенное в любую точку такого шара на расстоянии r < R от его центра, создается только той частью шара, которая заключена в пределах сферы радиуса r с центром в точке O,

2) при вычислении силы тяжести, действующей на это тело, указанную часть шара можно заменить материальной точкой такой же массы, помещенной в центре шара.

В фантастическом романе геологам удалось пробурить скважину в радиальном направлении к центру Земли практически до самого земного ядра — глубина шахты оказалась равной h = 3000 км. Измерения ускорения свободного падения на дне шахты дали значение g = 8,6 м/с^2. Оценить среднюю плотность ρ земного ядра. Объем шара радиусом r равен $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Радиус Земли принять равным 6400 км.

Решение: Вычислим силу тяжести, действующую на тело массой m на дне скважины, пользуясь положениями теории тяготения Ньютона: $mg = \frac{GMm}{(R-h)^2}$, где

$M = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi(R-h)^3$. Отсюда $g = \frac{G}{(R-h)^2} \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi(R-h)^3 = \frac{4}{3}\pi\rho G(R-h)$. Следовательно,

$\rho = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{g}{G(R-h)} = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{8,6}{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 3,4 \cdot 10^6} \approx 9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Ответ: 9000 кг/м^3

Задание 5.

Для расчета высоты положения изучаемых природных геологических объектов применяется метод барометрического нивелирования, который основан на том, что разница в атмосферном давлении в 1 мм ртутного столба (р.с.) соответствует в высотном положении разнице в 11 м. В двух точках, расположенных на высоте 375 и 80.2 м над уровнем моря, были произведены замеры атмосферного давления: в первой точке в 8 часов, во второй - в 13 часов 30 минут того же дня. В первой точке давление показало 755.8 мм р.с., во второй – 730.1 мм р.с. Считая, что с 8 часов до 13 часов 30 мин. атмосферное давление возрастало равномерно, определите, на сколько мм р.с. оно возрастало за один час.

Решение: Перепад высот в точках равен 375-80.2=294.8 м, что соответствует разности в давлении, равной 294.8 (м):11(м/мм р.с.)=26.8 мм р.с. Поэтому в 8 часов давление во второй точке было равно 755.8-26.8=729 мм р.с. Давление во второй точке в 13 час. 30 мин. равно 730.1 мм р.с., что на 1.1 мм р.с. выше. Таким образом, за 5.5 часа давление во второй точке увеличилось на 1.1 мм р.с., за час оно возрастало на 0.2 мм р.с.

Ответ: на 0.2 мм р.с.

Задание 6.

Из шахты, наполовину затопленной водой, откачивают воду с помощью электронасоса. Какое количество электроэнергии (в джоулях) потребуется для того, чтобы полностью откачать воду из шахты, если насос откачивает за 1 мин 1500 литров воды, шланг насоса имеет площадь поперечного сечения S_1 = 20 см^2, а коэффициент полезного действия насоса составляет η = 20 %? Считать, что пространство шахты имеет вид вертикального цилиндра с площадью поперечного сечения S_2 = 6 м^2 высотой h = 40 м. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3.

Решение: При подъеме массы m воды из шахты на поверхность земли происходит увеличение потенциальной энергии воды $\Delta E_{\text{потенц}} = mgH$. Кроме того, вода движется по шлангу насоса с конечной скоростью υ, т.к. за время τ = 1 мин через поперечное сечение S_1 шланга насоса проходит объем V_0 = 1,5 м^3 воды. Поэтому вода приобретает кинетическую энергию $\Delta E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2}$. Работа насоса ηW, где W – затраченная электроэнергия, равна изменению механической энергии откачанной воды: $\eta W = mgH + \frac{mv^2}{2}$. Отсюда $W = \frac{m}{\eta}\left(gH + \frac{v^2}{2}\right)$. В нашем случае

$$m = \rho\frac{h}{2}S_2 = 1000 \cdot \frac{40}{2} \cdot 6 = 120000 \text{ кг},$$

$H = \frac{3}{4}h =$ 30 м, т.к. первоначально центр тяжести воды был в центре нижней половины цилиндра, а в конце оказался на поверхности земли,

$$v = \frac{V_0}{S_1\tau} = \frac{1{,}5}{0{,}002 \cdot 60} = 12{,}5 \text{ м/с},$$

поэтому $W = \frac{\rho h S_2}{2\eta}\left[\frac{3}{4}gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V_0}{S_1\tau}\right)^2\right]$.

Подставляя в эту формулу числовые данные и считая, что $g = 10$ м/с^2, получим $W = \frac{120000}{0{,}2}\left[30 \cdot 10 + \frac{1}{2}(12{,}5)^2\right] \approx 227$ МДж. При g = 9,8 м/с^2 получим $W \approx 223$ МДж.

Ответ: 223 МДж (если считать g = 9,8 м/с^2), 227 МДж (если считать g = 10 м/с^2).