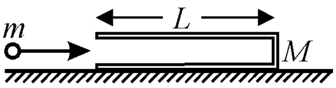
Олимпиада «Ломоносов 2019 – 2020» по физике
Отборочный этап
Решения задач для 10-х – 11-х классов

1. Шар массой m_1, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности с некоторой скоростью $\vec{v}_0$, сталкивается с неподвижным шаром массой m_2. После абсолютно упругого соударения шары разлетаются со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, отношение модулей которых $n = v_2/v_1$ =. Определите угол между векторами $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, если отношение масс шаров $k = m_2/m_1$ = 0,5. Шары считайте гладкими, а их диаметры одинаковыми. Ответ приведите в градусах, округлив до десятых.

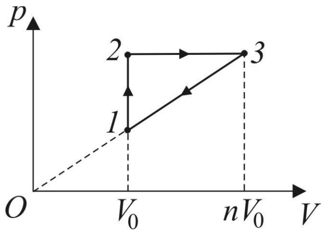
Решение. Из законов сохранения импульса и энергии имеем равенства $m_1\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$, $\frac{m_1v_0^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}$. Из этих равенств следует, что $\vec{v}_0 = \vec{v}_1 + k\vec{v}_2$, $v_0^2 = v_1^2 + kv_2^2$. Возводя первое равенство в квадрат и учитывая, что квадрат модуля вектора равен скалярному произведению вектора самого на себя, имеем $v_0^2 = (\vec{v}_1 + k\vec{v}_2)^2 = v_1^2 + k^2v_2^2 + 2k(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2)$. Сравнивая этот результат со вторым равенством, получаем, что $(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2) = \frac{1-k}{2}v_2^2$. Скалярное произведение векторов равно произведению модулей векторов на косинус угла между ними, т.е. $(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2) = v_1v_2\cos\alpha$. Следовательно, $\cos\alpha = \frac{n(1-k)}{2}$. **Ответ:** $\alpha = \arccos\left(\frac{n(1-k)}{2}\right)$.

2. На гладком горизонтальном столе покоится трубка массой M = 13 г и длиной L = см, закрытая с одного торца. В открытый конец трубки влетает маленький шарик массой m = 7 г со скоростью, направленной вдоль оси трубки. После упругого удара о закрытый торец трубки шарик вылетает наружу. Какой путь S относительно стола пройдет шарик за время, которое он будет находиться внутри трубки? Размером шарика и трением между всеми поверхностями можно пренебречь. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до десятых.



Решение. Пусть начальная скорость шарика v_0. Из законов сохранения импульса и кинетической энергии в системе «шарик + трубка» следует, что $mv_0 = MV + mv$, $mv_0^2 = MV^2 + mv^2$, где V и v – скорости трубки и шарика после соударения. Из этой системы находим, что $V = \frac{2m}{M+m}v_0$, $v = \frac{m-M}{M+m}v_0$. Поскольку относительная скорость этих тел после удара $V_{\text{отн}} = V - v = v_0$, время, которое шарик движется после соударения внутри трубки, $\tau = \frac{L}{V_{\text{отн}}} = \frac{L}{v_0}$. За это время он проходит путь $S' = |v|\tau = \frac{|m-M|}{M+m}L$. Полный путь, пройденный шариком, $S = L + S'$.

Ответ: $S = L\left(1 + \frac{|m-M|}{M+m}\right)$.

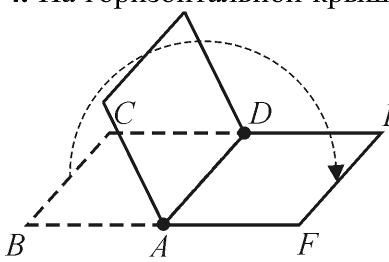


3. В тепловом двигателе, рабочим телом которого является идеальный одноатомный газ, совершается циклический процесс, pV-диаграмма которого изображена на рисунке. Отношение максимального объема газа к минимальному в этом цикле равно $n =$. Найдите коэффициент полезного действия двигателя η. Ответ приведите в процентах, округлив до десятых.

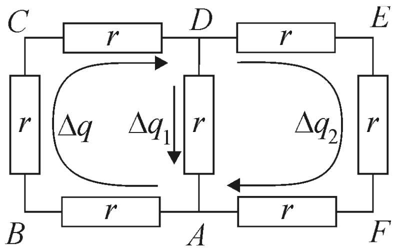
Решение. Работа газа в циклическом процессе равна $A = \frac{1}{2}(np_1 - p_1)(nV_0 - V_0) = \frac{1}{2}(n-1)^2 p_1 V_0$, где p_1 и V_0 – давление и объем газа в точке *1*. Газ получает теплоту на участках *1 – 2* и *2 – 3*, поэтому полное количество теплоты, полученное газом за цикл, равно $Q_п = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2)$, где ν – число молей газа. Используя уравнение состояния газа, это выражение можно преобразовать к виду $Q_п = \frac{1}{2} p_1 V_0 (n-1)(3+5n)$. Коэффициент полезного действия цикла $\eta = \frac{A}{Q_п}$.

Ответ: $\eta = \frac{n-1}{3+5n} \cdot 100\%$.

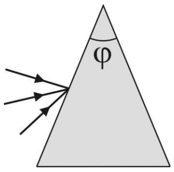
4. На горизонтальной крышке стола в однородном магнитном поле, вектор индукции $\vec{B}$ которого направлен вертикально вниз, лежат два П-образных проводника, изготовленных из тонкой однородной проволоки и соединённых шарнирно друг с другом перемычкой *AD*, изготовленной из такой же проволоки(см. рисунок). Длина всех прямолинейных частей проволоки одинакова и равна $L = 0{,}1$ м. Сопротивление единицы длины проволоки $\rho = 20$ Ом/м. Модуль индукции магнитного поля $B =$ Тл. В некоторый момент времени П-образный провод *ABCD* начинают медленно поворачивать вокруг перемычки *AD*. Пренебрегая сопротивлением в шарнирных соединениях, определите заряд q_{AD}, протёкший по перемычке *AD* к тому моменту, когда угол поворота станет равным $180°$. Ответ приведите в милликулонах, округлив до целых.



Решение. Из условия задачи следует, что к моменту, когда угол поворота куска провода *ABCD* станет равным 180º, изменение потока магнитного поля, пронизывающего контур *ABCD*, будет $\Delta\Phi = 2BL^2$. Во время поворота ЭДС индукции возникает только отрезке *BC*. Поэтому за время поворота по отрезку *BC* протекает заряд $\Delta q = \frac{\Delta\Phi}{R}$. Здесь R – сопротивление цепи, состоящей из П-образного контура *ABCD* с сопротивлением $3r$ и последовательно подключенного к нему контура *AFED* с сопротивлением $3r/4$, где $r = \rho L$. Следовательно, $R = 3\rho L + \frac{3\rho L}{4} = \frac{15\rho L}{4}$. Так как отрезок *AD* соединён параллельно П-образному контуру *DEFA*, отношение зарядов, протёкших по отрезку *AD* и П-образному контуру *DEFA*, равно $\frac{q_1}{q_2} = 3$, а сумма этих зарядов равна Δq.

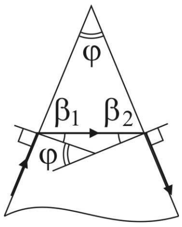


Следовательно, $q_{AD} \equiv q_1 = \frac{3\Delta q}{4}$. Окончательно получаем, что $q_{AD} = \frac{2BL}{5\rho}$. **Ответ:** $q_{AD} = \frac{2BL}{5\rho}$.



5. Каков должен быть минимальный преломляющий угол призмы φ_{min}, чтобы ни один из лучей, падающих на одну из ее боковых граней и лежащих в плоскости рисунка, не вышел из другой боковой грани? Призма изготовлена из стекла с показателем преломления $n =$. Ответ приведите в градусах, округлив до десятых.

Решение. Рассмотрим луч, падающий на боковую грань призмы под углом $\alpha = 90°$ (см. рисунок).



Угол преломления β_1 этого луча определяется равенством: $\sin\beta_1 = 1/n$. Пусть преломляющий угол призмы φ таков, что угол падения рассматриваемого луча на другую боковую грань призмы $\beta_2 = \beta_1$. Поскольку $\varphi = \beta_1 + \beta_2$, изображенный на рисунке ход луча имеет место, если $\varphi = 2\arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$. Таким образом, для луча, падающего на боковую грань призмы под углом $\alpha = 90°$, условие задачи выполнено при $\varphi > 2\arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$. При этом лучи, падающие на боковую грань призмы под меньшими углами, а также все лучи, падающие по другую сторону от нормали к боковой грани, тоже не выйдут из другой ее боковой грани. **Ответ:** $\varphi_{min} = 2\arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$.