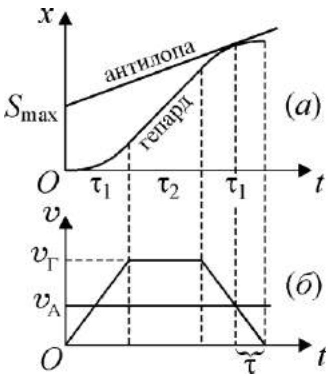
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Олимпиада «Ломоносов 2018/2019» по физике

Заключительный этап для 9-х классов

---

1. (25 баллов) Гепард, заметив антилопу, убегающую от него со скоростью $v_A = 20$ м/с, начинает ее преследовать. Разгоняясь равноускоренно, он за $\tau_1 = 4$ с развивает скорость $v_\Gamma = 30$ м/с, с которой бежит в течение $\tau_2 = 10$ с. Затем, почувствовав перегрев своего тела, гепард прекращает преследование, останавливаясь с тем же по модулю ускорением, что и при разгоне. На каком максимальном расстоянии S_{max} должны находиться друг от друга в начальный момент эти животные, чтобы гепард смог полакомиться пойманной антилопой?
Замечание. Вследствие отсутствия потовых желез на теле и плохого отвода теплоты через шкуру гепард не может развивать максимальную скорость (примерно 110 км/час) в течение длительного времени без опасного для его организма перегрева.

Решение. Поместим начало системы координат в точку старта гепарда, а координатную ось OX направим вдоль прямой, по которой движутся животные. На рисунке изображены графики зависимости координат (рис. *а*) и скоростей (рис. *б*) гепарда и антилопы от времени. Из рис. *а* видно, что гепард догонит антилопу, если расстояние между животными в момент начала погони не превышает S_{max}. В свою очередь, S_{max} находится из условия, что в тот момент, когда гепард догоняет антилопу, одновременно с равенством координат животных достигается и равенство их скоростей (если в этот момент гепард не схватил антилопу, то в последующем он будет от нее отставать).

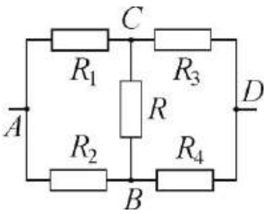


Из рис. *б* видно, что время T движения животных до момента, когда их скорости сравняются, равно: $T = \tau_1 + \tau_2 + (\tau_1 - \tau)$. При этом входящий в это выражение промежуток времени τ может быть найден из отношения: $\frac{v_\Gamma}{\tau_1} = \frac{v_A}{\tau}$, которое следует из подобия треугольников на графиках $v = v(t)$. Отсюда $\tau = \frac{v_A}{v_\Gamma}\tau_1$. Пути, пройденные гепардом и антилопой за время T, равны: $S_\Gamma = v_\Gamma(\tau_1 + \tau_2) - \frac{1}{2}v_A\tau$, $S_A = v_A(2\tau_1 + \tau_2 - \tau)$. Начальное расстояние между гепардом и антилопой равно разности их путей: $S_{max} = S_\Gamma - S_A$.

Ответ: $S_{max} = v_\Gamma(\tau_1 + \tau_2) - v_A(2\tau_1 + \tau_2) + \frac{1}{2}\frac{v_A^2}{v_\Gamma}\tau_1 \approx 86{,}7$ м.

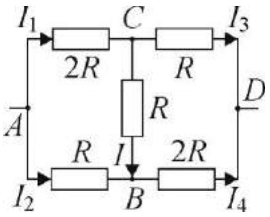
2. (25 баллов) В калориметр с водой, имеющей температуру $t_1 = 8$ °C, помещают кусок льда, причем масса льда равна массе воды. После установления теплового равновесия оказалось, что отношение массы льда к массе воды равно $k = 8/7$. Пренебрегая теплообменом калориметра с окружающей средой, определите начальную температуру t_2 льда. Удельные теплоёмкости льда и воды считайте равными $c_л = 2{,}1$ кДж/(кг·°C) и $c_в = 4{,}2$ кДж/(кг·°C), соответственно, удельную теплоту плавления льда – $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг, а температуру плавления льда $t_0 = 0$ °C. Ответ приведите в градусах Цельсия.

Решение. Пусть m – первоначальная масса воды, равная первоначальной массе льда. Если m_1 – масса кристаллизовавшейся воды, то после установления теплового равновесия полная масса льда будет $m_л = m + m_1$, а масса оставшейся воды $m_в = m - m_1$. По условию $\frac{m+m_1}{m-m_1} = k$, откуда $m_1 = m\frac{k-1}{k+1}$. Согласно уравнению теплового баланса, $mc_в(t_0 - t_1) + mc_л(t_0 - t_2) - m_1\lambda = 0$. Отсюда $t_2 = \frac{(c_в + c_л)t_0 - c_в t_1 - \lambda(k-1)/(k+1)}{c_л}$. **Ответ:** $t_2 = \frac{(c_в + c_л)t_0 - c_в t_1 - \lambda(k-1)/(k+1)}{c_л} \approx -26{,}5\,°C$.



3. Электрическая цепь, схема которой изображена на рисунке, подключена к источнику постоянного напряжения в точках A и D. Известно, что сила тока через резистор R_2 равна I_2 = 0,6 А. Пренебрегая сопротивлением проводов, определите силу тока I_1, текущего через резистор R_1. Считайте, что $R_1 = R_4 = 2R$, $R_2 = R_3 = R$, где R = 1 Ом.

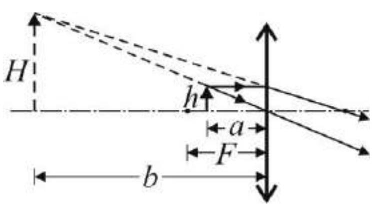
Решение. На рисунке указаны токи, текущие через резисторы. Из этого рисунка, соотношения



между величинами сопротивлений и соображений симметрии следует, что $I_1 = I_4$, $I_2 = I_3$. Для узла C справедливо равенство $I_3 = I_1 - I$, или $I_1 = I_2 + I$. По закону Ома $U_{AB} = I_2 R$, $U_{AC} = I_1 2R$, $U_{CB} = IR$. Кроме того, $U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$. Из записанных равенств находим, что $I_1 = \frac{2}{3} I_2$. **Ответ:** $I_1 = \frac{2}{3} I_2 = 0{,}4$ А.

4. (25 баллов) С помощью тонкой собирающей линзы получено мнимое изображение предмета с увеличением $\Gamma_1 = 20$. Когда, не двигая линзу, сместили предмет параллельно самому себе на расстояние $\Delta a = 4$ мм, увеличение изображения предмета стало равным $\Gamma_2 = 25$. Найдите оптическую силу линзы D. Ответ приведите в диоптриях, округлив до сотых.

Решение. Увеличение изображения предмета Γ, определяемое как отношение поперечного



размера изображения H к поперечному размеру предмета h (см. рисунок), равно $\Gamma = \frac{b}{a}$. С учетом того, что изображение мнимое, по формуле тонкой линзы имеем $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$, откуда $b = \frac{aF}{F-a}$.

Следовательно, $\Gamma = \frac{F}{F-a}$. По условию задачи $\Gamma_1 = \frac{F}{F-a_1}$, $\Gamma_2 = \frac{F}{F-a_2}$, $a_2 - a_1 = \Delta a$. Исключая из этих соотношений a_1 и a_2, получаем, что $D = \frac{1}{F} = \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\Delta a \cdot \Gamma_1 \cdot \Gamma_2}$. **Ответ:** $D = \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\Delta a \cdot \Gamma_1 \cdot \Gamma_2} = 2{,}5$ дптр.