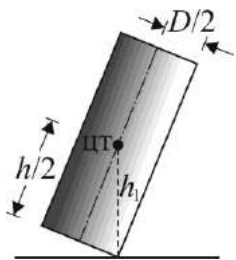


1. (25 баллов) Сплошной однородный цилиндр высотой $h = 8$ см и диаметром основания $D = 6$ см стоит на горизонтальной плоскости. Медленно наклоняя цилиндр, его опрокидывают. Во сколько раз n энергия, выделившаяся при падении цилиндра на стол, превысит минимальную работу, совершенную при его опрокидывании? Ответ округлите до десятых.

1. Решение. Поскольку в начальном, промежуточном и конечном состояниях цилиндра его кинетическая энергия равна нулю, совершенная при опрокидывании цилиндра работа и выделившаяся при его падении энергия равны соответствующим изменениям его потенциальной энергии. Потенциальная энергия цилиндра относительно стола определяется высотой над столом его центра тяжести, который совпадает с геометрическим центром цилиндра. Начальная потенциальная энергия цилиндра $E_{П0} = \frac{mgh}{2}$, где m – масса цилиндра, g –



модуль ускорения свободного падения. Цилиндр начнет опрокидываться при таком угле наклона, при котором вертикаль, проведенная из центра тяжести, выйдет за пределы опоры (см. рисунок).

Потенциальная энергия в момент опрокидывания $E_{П1} = mgh_1 = \frac{mg\sqrt{h^2 + D^2}}{2}$. Конечная

потенциальная энергия цилиндра $E_{П2} = \frac{mgD}{2}$. Выделившаяся при падении цилиндра энергия

$E = E_{П1} - E_{П2} = \frac{mg}{2}(\sqrt{h^2 + D^2} - D)$. Работа, затраченная на приведение цилиндра в наклонное

положение, $A = E_{П1} - E_{П0} = \frac{mg}{2}(\sqrt{h^2 + D^2} - h)$. Из записанных выражений находим, что

$$n = \frac{E}{A} = \frac{\sqrt{h^2 + D^2} - D}{\sqrt{h^2 + D^2} - h}. \quad \text{Ответ: } n = \frac{\sqrt{h^2 + D^2} - D}{\sqrt{h^2 + D^2} - h} \approx 2.$$

2. (25 баллов) В чайник со свистком налили воду массой $m_1 = 1$ кг и поставили на электрическую плитку. Через время $\tau_1 = 6$ мин вода закипела и раздался свисток. Какова масса m_2 воды, оставшейся в чайнике после кипения воды, продолжавшегося в течение еще $\tau_2 = 2$ мин? Начальная температура воды $t = 20$ °С, температура кипения воды $t_k = 100$ °С. Удельная теплота парообразования воды $r = 2,3$ МДж/кг, а ее удельная теплоёмкость $c = 4,2$ кДж/(кг·°С). Теплоемкостью чайника и потерями теплоты за счет рассеяния в окружающую среду можно пренебречь.

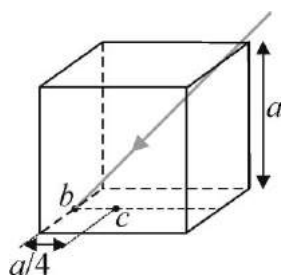
Решение. Количество теплоты, необходимое для того чтобы нагреть воду до температуры кипения, $Q_1 = cm_1(t_k - t)$, где t_k температура кипения. Количество теплоты, требующееся для превращения воды массой Δm в пар, $Q_2 = r\Delta m$. Количество теплоты, полученное от плитки мощностью N за время τ , равно $N\tau$. Согласно уравнению теплового баланса имеем

$$N\tau_1 = cm_1(t_k - t), \quad N\tau_2 = r\Delta m. \quad \text{Отсюда } \Delta m = \frac{cm_1(t_k - t)\tau_2}{r\tau_1} \text{ и } m_2 = m_1 - \Delta m = m_1 \left(1 - \frac{c\tau_2(t_k - t)}{r\tau_1}\right).$$

Ответ: $m_2 = m_1 - \Delta m = m_1 \left(1 - \frac{c\tau_2(t_k - t)}{r\tau_1} \right) \approx 0,95 \text{ кг.}$

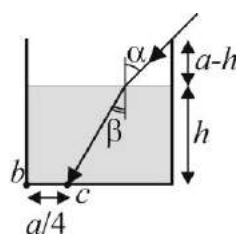
3. (25 баллов) Гальванометр с неизвестным внутренним сопротивлением включили в цепь источника постоянного тока один раз последовательно с резистором сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$, а второй раз параллельно с ним. При этом в первый раз стрелка гальванометра отклонилась на $X_1 = 2$ деления шкалы, а во второй раз на $X_2 = 4$ деления. Определите по этим данным внутреннее сопротивление гальванометра r , если напряжение на клеммах источника в обоих случаях одно и то же.

Решение. Отклонения стрелки гальванометра X в обоих случаях пропорциональны силе тока I , протекающего по прибору. Применяя закон Ома для соответствующих однородных участков цепи, нетрудно найти, что $I_1 = \frac{U}{R+r}$, а $I_2 = \frac{U}{r}$, где U – напряжение на клеммах источника. Отношение этих показаний прибора равно $\frac{X_2}{X_1} = \frac{R+r}{r}$. Отсюда уже легко выразить искомую величину $r = \frac{X_1}{X_2 - X_1} R$. **Ответ:** $r = \frac{X_1}{X_2 - X_1} R = 10 \text{ Ом.}$



4. (25 баллов) Непрозрачный сосуд имеет форму куба с длиной ребра $a = 50 \text{ см}$. Внутри сосуда параллельно одной из его боковых граней направляют луч света, как показано на рисунке. Луч попадает в точку b , находящуюся на ребре куба. До какого уровня h необходимо заполнить сосуд водой, чтобы луч света попал в точку c , расположенную на дне сосуда на расстоянии $a/4$ от точки b . Показатель преломления воды $n = 1,33$. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.

Решение. Поскольку сосуд имеет форму куба, угол падения луча на поверхность воды $\alpha = 45^\circ$. Для того чтобы луч попал в точку c , должно выполняться равенство $h \cdot \text{tg} \beta + a - h = a - a/4$.



Отсюда $h = \frac{a}{4(1 - \text{tg} \beta)}$. По закону преломления света: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$. Тогда

$$\text{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad \text{Следовательно,} \quad h = \frac{a\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{4(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \sin \alpha)}$$

Учитывая, что $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, получаем окончательно, что $h = \frac{a\sqrt{n^2 - 0,5}}{4\sqrt{n^2 - 0,5} - 2\sqrt{2}}$.

Ответ: $h = \frac{a\sqrt{n^2 - 0,5}}{4\sqrt{n^2 - 0,5} - 2\sqrt{2}} \approx 34 \text{ см.}$