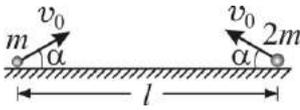


Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Олимпиада «Ломоносов 2018/2019» по физике
Отборочный этап для 10-х – 11-х классов

ТУР 1.

1. (17 баллов) Два пластилиновых шарика массами m и $2m$ одновременно бросают навстречу друг к другу с одинаковыми скоростями $v_0 = 5$ м/с, лежащими в одной вертикальной плоскости и образующими с горизонтом углы $\alpha = 30^\circ$. Точки бросания шариков находятся на поверхности земли на расстоянии $l = \mathbf{m}$ друг от друга. После соударения шарики слипаются и движутся далее как одно тело. Найдите время τ полета этого тела от момента соударения до момента падения на землю. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Ответ приведите в секундах, округлив до сотых.



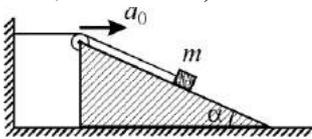
Решение. Столкновение шариков произойдет в воздухе на равных расстояниях от точек бросания. Пренебрегая импульсом силы тяжести за время соударения, по закону сохранения импульса в проекции на вертикальную ось имеем: $mV_y + 2mV_y = 3mV'_y$. Отсюда следует, что вертикальная составляющая скорости шариков после соударения не изменится. Полное время движения шариков от момента бросания до момента падения на землю $t_0 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$, а время движения до соударения $t_1 = \frac{l}{2v_0 \cos \alpha}$. Искомое время $\tau = t_0 - t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{l}{2v_0 \cos \alpha}$.

Ответ: $\tau = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{l}{2v_0 \cos \alpha}$.

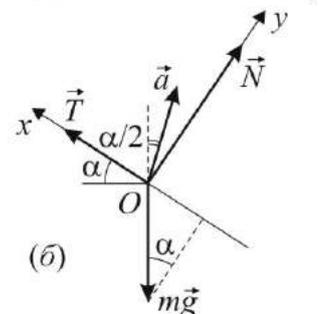
Варьируемый параметр l . Диапазон изменения от 1 до 3 м с шагом 0,2 м. Расчетная формула $\tau = 0,5 - 0,115 \cdot l$

l	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3
τ	0,38	0,36	0,34	0,32	0,29	0,27	0,25	0,22	0,20	0,18	0,15

2. (22 баллов) Клин с углом $\alpha = 30^\circ$ при вершине находится на горизонтальном столе. На поверхности клина располагается брусок массой $m = \mathbf{кг}$, к которому привязана невесомая нерастяжимая нить. Второй конец нити перекинут через блок на клине и прикреплен к неподвижной опоре. При этом отрезок нити от опоры до блока горизонтален, а отрезок нити от блока до бруска параллелен поверхности клина. Найдите модуль T силы натяжения нити, если клин двигают по столу вправо с ускорением $a_0 = 2$ м/с². Движение всех тел происходит в плоскости рисунка. Трением можно пренебречь. Ускорение сводного падения примите равным $g = 10$ м/с². Ответ приведите в ньютонах, округлив до десятых.



Решение. Ускорение \vec{a} бруска в неподвижной системе отсчета равно $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}_{\text{отн}}$. При этом относительное ускорение бруска $\vec{a}_{\text{отн}}$ направлено вдоль наклонной поверхности клина вверх и, поскольку длина нити постоянна, по модулю совпадает с a_0 . Из рисунка (а) видно, что $a = 2a_0 \sin \frac{\alpha}{2}$, а вектор \vec{a}



образует с вертикалью угол $\alpha/2$. Силы, действующие на брусок в неподвижной системе отсчета, изображены на рисунке (б), где $m\vec{g}$ – сила тяжести, \vec{T} – сила натяжения нити, \vec{N} – сила реакции наклонной поверхности клина. Записывая уравнение движения бруска в проекции на ось Ox , имеем: $m a \sin \frac{\alpha}{2} = T - mg \sin \alpha$. Используя полученное выше

выражение для a , а также формулу $2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos \alpha$, получаем, что

$$T = mg \sin \alpha + ma_0(1 - \cos \alpha). \quad \text{Ответ: } T = m \cdot (g \sin \alpha + a_0(1 - \cos \alpha)).$$

Варьируемый параметр m . Диапазон изменения от 1 до 6 кг с шагом 0,5 кг. Расчетная формула $T = 5,268 \cdot m$.

m	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
T	5,2	7,9	10,5	13,2	15,8	18,4	21,1	23,7	26,3	29,0	31,6

3. (21 баллов) В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под невесомым подвижным поршнем содержится некоторое количество идеального газа. Газ медленно нагревают так, что он совершает работу $A = \text{кДж}$. Во сколько раз α изменяется при этом среднее число соударений молекул газа с единичной площадкой на стенке сосуда за единицу времени? Начальный объем газа $V_0 = 10$ л, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Трение между поршнем и стенками сосуда считайте пренебрежимо малым. Ответ округлите до сотых.

Решение. Число соударений молекул с единичной площадкой за единицу времени равно $\bar{Z} = \frac{1}{2} n |\overline{v_x}|$, где n – концентрация молекул, а $|\overline{v_x}|$ – средний модуль проекции скоростей молекул на направление, перпендикулярное стенке. Чтобы оценить $|\overline{v_x}|$, воспользуемся

выражением для среднеквадратичной скорости молекул, а именно $\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, где R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, а M – молярная масса газа.

Поскольку $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$, а в силу хаотичности движения молекул $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$, то $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$ и

$\sqrt{\overline{v_x^2}} = \sqrt{\frac{\overline{v^2}}{3}} = \sqrt{\frac{RT}{M}}$. Из соображений размерности ясно, что $|\overline{v_x}|$ отличается от $\sqrt{\overline{v_x^2}}$ только

некоторым числовым множителем. Поэтому $\bar{Z} \sim n\sqrt{T}$. Следовательно, искомое отношение числа

соударений $\alpha = \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_0} = \frac{n_1}{n_0} \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} = \frac{V_0}{V_1} \sqrt{\frac{T_1}{T_0}}$, где V_1 и T_1 – объем и температура газа в конечном

состоянии, T_0 – начальная температура газа. Работа газа в изобарном процессе

$A = p_0(V_1 - V_0) = \nu R(T_1 - T_0)$, где $\nu = \frac{p_0 V_0}{RT_0}$ – количество газа. Из этих равенств находим, что

$\frac{V_1}{V_0} = \left(1 + \frac{A}{p_0 V_0}\right), \frac{T_1}{T_0} = \left(1 + \frac{A}{p_0 V_0}\right)$. Подставляя найденные соотношения в формулу для α , получаем,

что $\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + A/(p_0 V_0)}}$. Ответ: $\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + A/(p_0 V_0)}}$.

Варьируемый параметр **A**. Диапазон изменения от 1 до 11 кДж с шагом 1 кДж. Расчетная формула

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + A}}$$

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
α	0,71	0,58	0,50	0,45	0,41	0,38	0,35	0,33	0,32	0,30	0,29

4. (23 баллов) В демонстрационной модели генератора переменного тока плоская проволочная рамка площадью $S = 0,02 \text{ м}^2$ равномерно вращается в однородном магнитном поле. Ось вращения перпендикулярна вектору магнитной индукции поля, модуль которого равен $B = 0,3 \text{ Тл}$. Через токосъёмные контактные кольца к рамке подключают лампочку от карманного фонарика с вольфрамовой нитью накаливания. До какой температуры t нагревается эта нить, если мощность светового излучения лампочки равна $P_{\text{св}} = \text{Вт}$? Относительная доля работы тока, преобразованной в это излучение, равна $\eta = 0,9$. Сопротивление нити накаливания при температуре 0°C равно $R_0 = 1 \text{ Ом}$. Температурный коэффициент сопротивления вольфрама считайте равным $\alpha = 0,005 \text{ K}^{-1}$. Угловая скорость вращения рамки $\omega = 300 \text{ рад/с}$. Сопротивлением и индуктивностью рамки можно пренебречь. Ответ приведите в градусах по шкале Цельсия, округлив до целых.

Решение. Мощность, выделяющаяся в лампочке, равна $P = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{R}$, где R – сопротивление лампочки, $E_0 = BS\omega$ – амплитудное значение ЭДС электромагнитной индукции. Сопротивление нити накаливания лампочки при рабочей температуре $R = R_0(1 + \alpha(t - 0^\circ\text{C}))$. Относительная доля работы тока, преобразованной в световое излучение лампочки, равна $\eta = \frac{P_{\text{св}}}{P}$. Решая совместно

записанную систему уравнений, получаем, что $t = \frac{\eta \cdot B^2 \cdot S^2 \cdot \omega^2}{2P_{\text{св}}R_0\alpha} - \frac{1}{\alpha}$.

Ответ: $t = \frac{\eta \cdot B^2 \cdot S^2 \cdot \omega^2}{2P_{\text{св}}R_0\alpha} - \frac{1}{\alpha}$.

Варьируемый параметр **P_{св}**. Диапазон изменения от 0,3 до 0,4 Вт с шагом 0,01 Вт. Расчетная

формула $t = \left(\frac{291,6}{P_{\text{св}}} - 200\right)$.

$P_{\text{св}}$	0,30	0,31	0,32	0,33	0,34	0,35	0,36	0,37	0,38	0,39	0,40
t	772	741	711	684	658	633	610	588	567	548	529

5. (17 баллов) Расстояние от предмета до экрана $L = \text{см}$. Какое максимальное увеличение Γ_{max} изображения предмета на экране можно получить с помощью тонкой линзы с фокусным расстоянием $F = 10 \text{ см}$? Ответ округлите до сотых.

Решение. Обозначим через a и b расстояния от предмета до линзы и от линзы до экрана. По формуле тонкой линзы $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$, а по условию $b = L - a$. Из записанных выражений получаем

квадратное уравнение относительно a , а именно $a^2 - La + LF = 0$. Корни этого уравнения $a_{1,2} = \frac{L}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4F/L} \right)$. Поэтому $b_{1,2} = \frac{L}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4F/L} \right)$. Увеличение, даваемое линзой, $\Gamma = \frac{b}{a}$. Это выражение максимально, если $b = b_{\max} = b_2$, $a = a_{\min} = a_2$. Следовательно, $\Gamma_{\max} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4F/L}}{1 - \sqrt{1 - 4F/L}}$.

Ответ: $\Gamma_{\max} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4F/L}}{1 - \sqrt{1 - 4F/L}}$.

Варьируемый параметр L . Диапазон изменения от 50 до 100 см с шагом 5 см. Расчетная формула

$$\Gamma_{\max} = \frac{1 + \sqrt{1 - 40/L}}{1 - \sqrt{1 - 40/L}}$$

L	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
Γ_{\max}	2,62	3,19	3,73	4,27	4,79	5,31	5,83	6,34	6,85	7,36	7,89