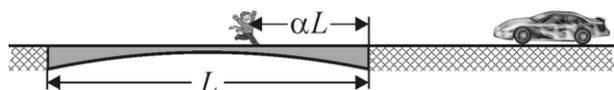


### Задание для 7-х – 9-х классов

**Тест.** Сосуд в форме прямоугольного параллелепипеда имеет размеры  $40 \times 50 \times 60$  см. Найдите массу  $m$  жидкости плотностью  $\rho = \text{г/см}^3$ , которой заполнили до краев этот сосуд. Ответ приведите в килограммах, округлив до целых.

**Ответ:** Расчетная формула  $m = 120 \cdot \rho$ . Варьируемый параметр  $\rho$ . Диапазон изменения от 0,8 до  $1,8 \text{ г/см}^3$  с шагом  $0,1 \text{ г/см}^3$ . Контрольный пример: при  $\rho = 0,9 \text{ г/см}^3$  ответ  $m = 108 \text{ кг}$

1. Когда мальчик прошел по мосту расстояние, составляющее  $\alpha =$  от полной длины моста, он услышал сзади себя сигнал догоняющего его автомобиля, в котором ехал его отец. Желая поскорее увидеться с отцом, мальчик развернулся и побежал навстречу автомобилю, поравнявшись с ним у начала моста. Известно, что если бы мальчик побежал бы с той же скоростью не назад, а вперед, то автомобиль нагнал бы его у конца моста. Во сколько раз  $n$  скорость автомобиля больше скорости мальчика? Ответ округлите до двух знаков после запятой.



**1. Решение.** Обозначим через  $v_a$  и  $v_m$  модули скоростей автомобиля и мальчика, через  $L$  длину моста, а через  $x$  – расстояние от автомобиля до начала моста в момент подачи звукового сигнала. Поскольку мальчик и автомобиль достигают заданной точки одновременно, то справедливы равенства  $\frac{\alpha L}{v_m} = \frac{x}{v_a}$  (когда мальчик бежит навстречу автомобилю) и  $\frac{(1-\alpha)L}{v_m} = \frac{x+L}{v_a}$  (когда мальчик бежит в ту же сторону, что и автомобиль). Исключая из этих равенств  $L$  и  $x$ , находим искомое отношение скоростей  $\frac{v_a}{v_m} = \frac{1}{1-2\alpha}$ . **Ответ:**  $n = \frac{1}{1-2\alpha}$ .

Варьируемый параметр  $\alpha$ . Диапазон изменения от 0,10 до 0,45 с шагом 0,05. Расчетная формула  $n = \frac{1}{1-2 \cdot \alpha}$ . Контрольный пример: при  $\alpha = 0,25$  ответ  $n = 2,00$ .

2. При отливке детали из меди внутри нее образовались пустоты. Определите отношение  $x$  объема пустот к объему детали, если плотность меди  $\rho_1 = 8,96 \text{ г/см}^3$ , а масса детали  $M = \text{кг}$ . При погружении детали в ванну, заполненную водой с плотностью  $\rho_2 = 1,00 \text{ г/см}^3$ , деталь вытеснила воду массой  $m = 500 \text{ кг}$ . Ответ приведите в процентах с точностью до одного знака после запятой.

**2. Решение.** Объем детали равен  $V = \frac{m}{\rho_2}$ , объем пустот в ней  $v = \frac{M}{\rho_1} \cdot \frac{x}{100\%}$ . Из равенства

$$M = \rho_1(V - v) \text{ находим, что } x = \left( \frac{m\rho_1}{M\rho_2} - 1 \right) \cdot 100\%. \text{ Ответ: } x = \left( \frac{m\rho_1}{M\rho_2} - 1 \right) \cdot 100\%$$

Варьируемый параметр  $M$ . Диапазон изменения от 4073 до 4435 кг с шагом 36,2 кг. Расчётная формула  $x = \left( \frac{4480}{M} - 1 \right) \cdot 100$ . Контрольный пример: при  $M = 4254$  кг ответ  $x = 5,3\%$ .

3. Желая угостить своих товарищей горячим чаем, школьник налил в кастрюлю  $m = \text{г}$  воды и погрузил в воду электрический кипятильник мощностью  $N = 500$  Вт. Когда прошло достаточно много времени, школьник обнаружил, что вода в кастрюле никак не закипит, и выключил кипятильник. Через какое время  $\tau$  после этого температура воды в кастрюле понизится на  $\Delta t = 1$  °С? Удельная теплоемкость воды  $c = 4,2$  Дж/(г·°С). Теплоемкостью кастрюли можно пренебречь. Ответ приведите в секундах, округлив до одного знака после запятой.

**3. Решение.** Поступающая от кипятильника энергия частично идет на нагревание воды, а частично передается окружающим телам, т.е. расходуется на потери, которые возрастают с увеличением разности температуры воды и температуры окружающей среды. Вода никогда не закипит, если при некоторой температуре, не достигшей температуры кипения, мощность потерь  $q$  становится равной мощности кипятильника  $N$ , т.е.  $q = N$ . Полагая, что в небольшом температурном интервале  $\Delta t = 1$  °С мощность потерь практически постоянна, из уравнения теплового баланса при выключенном кипятильнике имеем:  $cm\Delta t = q\tau$ . Из приведенных соотношений следует, что

$$\tau = \frac{cm\Delta t}{N}. \quad \text{Ответ: } \tau = \frac{cm\Delta t}{N}.$$

Варьируемый параметр  $m$ . Диапазон изменения от 400 г до 900 г с шагом 50 г. Расчетная формула  $\tau = 0,0084 \cdot m$ . Контрольный пример: при  $m = 600$  г ответ  $\tau = 5,0$  с.

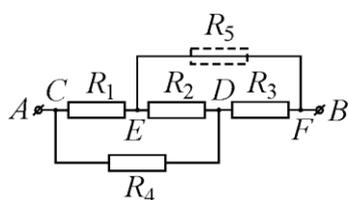
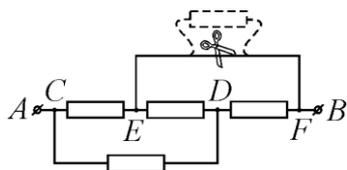
4. При скорости автомобиля  $v_1 = 72$  км/ч расход бензина составляет  $m_1 = 80$  г на  $s = 1$  км пути. Какую мощность  $N$  разовьет двигатель этого автомобиля при скорости  $v_2 = \text{км/ч}$ ? Считайте, что сила сопротивления движению автомобиля пропорциональна его скорости. Коэффициент полезного действия двигателя  $\eta = 30\%$ . Удельная теплота сгорания бензина  $q = 44$  МДж/кг. Ответ приведите в киловаттах, округлив до одного знака после запятой.

**4. Решение.** Пусть  $F_{\text{сопр}} = \alpha v$  – сила сопротивления движению автомобиля, где  $\alpha$  – коэффициент сопротивления. Работа, совершенная двигателем при перемещении автомобиля на расстояние  $s$  равна  $A = F_{\text{сопр}}s$ . С другой стороны, эту работу можно выразить через расход топлива  $m$  как  $A = mq\eta$ . Из записанных выражений следует равенство:  $mq\eta = \alpha vs$ . Полагая  $m = m_1$ ,  $v = v_1$ , находим, что  $\alpha = \frac{m_1 q \eta}{s v_1}$ . Поскольку мощность, развиваемая двигателем,  $N = F_{\text{сопр}} v$ , при движении

автомобиля со скоростью  $v_2$  имеем:  $N = \alpha v_2 \cdot v_2 = \frac{m_1 q \eta v_2^2}{s v_1}$ . **Ответ:**  $N = \frac{m_1 q v_2^2}{s v_1} \cdot \frac{\eta}{100\%}$ .

Варьируемый параметр  $v_2$ . Диапазон изменения от 84 до 144 км/ч с шагом 6 км/ч. Расчетная формула  $N = 0,004074 \cdot v_2^2$ . Контрольный пример: при  $v_2 = 108$  км/ч ответ 47,5 кВт.

5. Четыре одинаковых резистора соединены в цепь, схема которой изображена на рисунке сплошными линиями, причем сопротивление между клеммами  $A$  и  $B$  равно  $R = \text{Ом}$ . Чему станет равным сопротивление  $R'$  между клеммами  $A$  и  $B$ , если проводник, соединяющий точки  $E$  и  $F$ , разрезать и подключить в образовавшийся разрыв цепи еще один такой же резистор, как показано на рисунке штриховыми линиями? Ответ приведите с точностью до целых.



**5. Решение.** Рассматриваемая цепь и ее эквивалентная схема изображены на рисунке. Пусть сопротивление одного резистора равно  $r$ . В исходном состоянии цепи сопротивление между клеммами  $A$  и  $B$  равно

$R = \frac{(R_4 + R_{23})R_1}{(R_4 + R_{23}) + R_1}$ , где  $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$ . Таким образом  $R = \frac{3}{5}r$ . После включения резистора  $R_5$  в

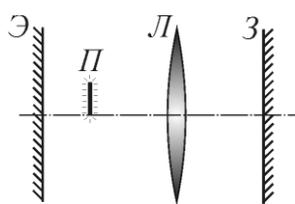
разрыв проводника, соединяющего точки  $E$  и  $F$ , образуется цепь, в которой в силу симметрии ток через резистор  $R_2$  не течет. Следовательно, резистор  $R_2$  можно мысленно удалить. Тогда

$$R' = \frac{(R_1 + R_5)(R_3 + R_4)}{(R_1 + R_5) + (R_3 + R_4)} = r. \text{ Поэтому } R' = \frac{5}{3}R. \text{ Ответ: } R' = \frac{5}{3}R.$$

*Варьируемый параметр  $R$ . Диапазон изменения от 3 до 30 Ом с шагом 3 Ом. Расчетная формула*

$$R' = \frac{5}{3}R. \text{ Контрольный пример: при } R = 15 \text{ Ом ответ } R' = 25 \text{ Ом.}$$

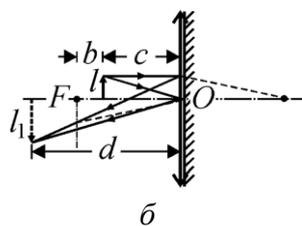
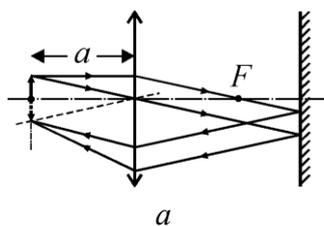
6. На уроке по геометрической оптике учитель собрал на оптической скамье установку,



состоящую из тонкой линзы  $L$ , плоского зеркала  $Z$ , тонкой светящейся палочки  $P$  и экрана  $Э$ , которые расположил перпендикулярно главной оптической оси линзы (см. рисунок). Учитель закрепил палочку на расстоянии  $a = \text{см}$  от линзы. Затем он попросил ученика  $A$  установить экран так, чтобы на нем образовалось изображение палочки, и, перемещая зеркало вдоль главной оптической оси линзы, исследовать, как зависит

размер изображения от положения зеркала. Проведя опыт, ученик  $A$  сообщил, что при перемещении зеркала изображение палочки не изменяется. После этого ученик  $B$  получил задание прижать зеркало вплотную к линзе и установить палочку и экран так, чтобы размер изображения стал вдвое больше, чем в первом опыте. На какое расстояние  $b$  пришлось передвинуть ученику  $B$  палочку от первоначального положения, чтобы выполнить задание учителя? Ответ приведите в сантиметрах, округлив до двух знаков после запятой.

6. **Решение.** Непосредственным построением (см. рис. а) легко убедиться в том, что размер



изображения и его положение не зависят от положения зеркала в том случае, когда палочка находится в фокальной плоскости линзы. При этом размер изображения совпадает с размером предмета. Таким образом, по результатам первого опыта устанавливаем, что фокусное расстояние линзы  $F = a$ . Построение изображения во втором

опыте изображено на рис. б. При построении учтено, что лучи, идущие от палочки, после преломления в линзе и отражения от зеркала, вторично преломляются в линзе. В частности луч, идущий к линзе параллельно главной оптической оси, после выхода из линзы пересекает оптическую ось в середине отрезка  $OF$ . Отсюда следует, что фокусное расстояние оптической системы, состоящей из тонкой линзы и прижатого к ней плоского зеркала, равно  $F/2$ . Применяя

для этой системы формулу тонкой линзы, имеем  $\frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{2}{F}$ . На рис. б видно, что увеличение,

даваемое системой,  $\Gamma = \frac{l_1}{l} = \frac{d}{c}$ . По условию  $\Gamma = 2$ . Из записанных выражений следует, что  $c = \frac{3}{4}a$ .

Искомое смещение  $b = a - c = \frac{1}{4}a$ . **Ответ.**  $b = \frac{a}{4}$ .

*Варьируемый параметр  $a$ . Диапазон изменения от 10 до 20 см с шагом 1 см. Расчетная формула*

$$b = \frac{a}{4}. \text{ Контрольный пример: при } a = 15 \text{ см ответ } b = 3,75 \text{ см.}$$