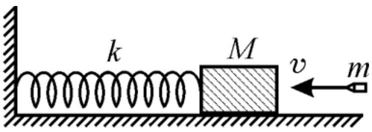
Задания и решения отборочного этапа ОШ «Ломоносов» по физике в 2015 году.
Задание для 10-х − 11-х классов

Первый тур

Тест. Какую скорость v нужно сообщить небольшому телу, чтобы оно поднялось от точки бросания вертикально вверх на максимальную высоту $h =$ м? Сопротивлением воздуха пренебрегите. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2. Ответ округлите до одного знака после запятой.

Ответ: $v = \sqrt{2gh}$. *Варьируемый параметр h. Диапазон изменения от 10 до 30 м с шагом 2 м. Расчетная формула* $v = \sqrt{20 \cdot h}$. *Контрольный пример: при h = 16 м ответ v = 17,9 м/с.*

1 На гладкой горизонтальной плоскости лежит деревянный брусок массой $M = 990$ г, прикрепленный к вертикальной стенке пружиной жесткостью $k = 100$ Н/м. В центр бруска попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально и параллельно оси пружины, и застревает в нем. Определите скорость пули v, если максимальное сжатие пружины после удара составило $\Delta l =$ см.



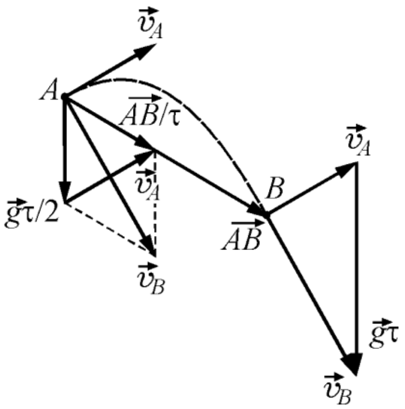
1. Решение. Поскольку соударение пули с бруском является кратковременным, смещение бруска за время соударения пренебрежимо мало и сила упругости в момент соударения не возникает. Следовательно, суммарный импульс пули и бруска во время соударения сохраняется: $mv = (m+M)u$, где u – скорость бруска с застрявшей в нем пулей сразу после соударения. При последующем движении бруска и пули сохраняется механическая энергия, причем при достижении максимального сжатия пружины брусок с пулей останавливается. Следовательно, $\frac{(m+M)u^2}{2} = \frac{k\Delta l^2}{2}$. Из записанных выражений получаем, что $v = \frac{\Delta l}{m}\sqrt{(M+m)k}$.

Ответ: $v = \frac{\Delta l}{m}\sqrt{(M+m)k}$.

Варьируемый параметр Δl. Диапазон изменения от 10 до 30 см с шагом 2 см. Расчетная формула $v = 10 \cdot \Delta l$. *Контрольный пример: при Δl = 15 см ответ v = 150 м/с.*

2. Из некоторой точки A брошено тело под углом к горизонту. Через время $\tau =$ с оно достигло точки B, в которой вектор его скорости оказался перпендикулярным вектору начальной скорости тела. Найдите расстояние AB между точками A и B. Сопротивление воздуха можно не учитывать. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Ответ округлите до одного знака после запятой.

2. Решение. Обозначим скорости тела в точках A и B через $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$, соответственно. По законам



равноускоренного движения имеем: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{g}\tau$ и $\overrightarrow{AB} = \vec{v}_A\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2}$.

Из записанных уравнений следует, что $\vec{v}_A = \frac{\overrightarrow{AB}}{\tau} - \vec{g}\frac{\tau}{2}$, $\vec{v}_B = \frac{\overrightarrow{AB}}{\tau} + \vec{g}\frac{\tau}{2}$. Таким образом, $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ представляют собой диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\frac{\overrightarrow{AB}}{\tau}$ и $\vec{g}\frac{\tau}{2}$ как на сторонах (см. рисунок). Поскольку по условию векторы $\vec{v}_A$ и

$\vec{v}_B$ взаимно перпендикулярны, этот параллелограмм есть ромб, и потому длины векторов $\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\tau}$ и $\vec{g}\dfrac{\tau}{2}$ равны. Отсюда $AB = \dfrac{g\tau^2}{2}$. **Ответ:** $AB = \dfrac{g\tau^2}{2}$.

Варьируемый параметр τ. Диапазон изменения от 1 до 2 с с шагом 0,1 с. Расчетная формула $AB = 5 \cdot \tau^2$. Контрольный пример: при $\tau = 2$ с ответ $AB = 20$ м.

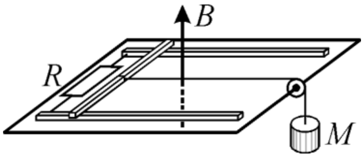
3. Над некоторым количеством водорода, помещенного в замкнутый сосуд, провели два эксперимента. В первом эксперименте водород находился при комнатной температуре, при которой его можно считать идеальным двухатомным газом. Для изохорного нагревания водорода на один градус в этих условиях пришлось затратить количество теплоты Q = 10 Дж. Во втором эксперименте температуру водорода предварительно существенно увеличили, в результате чего часть молекул водорода диссоциировала на атомы. При этом оказалось, что для изохорного нагревания водорода на один градус нужно затратить количество теплоты Q_1 = Дж. Какое количество теплоты Q_2 пришлось бы затратить для изобарного нагревания водорода на один градус во втором эксперименте? Водород в условиях проведенных экспериментов можно считать идеальным газом.

Указание. Среднюю кинетическую энергию молекулы двухатомного газа, имеющего температуру T, примите равной $\overline{E} = \dfrac{5}{2}kT$, где k – постоянная Больцмана.

3. Решение. Пусть в сосуде первоначально было N_0 структурных единиц (молекул) водорода. Внутренняя энергия водорода, имеющего температуру T, равна $U = N_0\dfrac{5}{2}kT = \dfrac{N_0}{N_A}\cdot\dfrac{5}{2}RT$, где N_A – постоянная Авогадро, $R = kN_A$ – универсальная газовая постоянная. Вводя обозначение $\nu = \dfrac{N_0}{N_A}$, имеем $U = \dfrac{5}{2}\nu RT$. Будем считать, что при нагревании водорода на $\Delta T = 1$ К его молекулы не диссоциировали на атомы. По первому закону термодинамики для изохорного нагревания потребуется количество теплоты, равное увеличению внутренней энергии, т.е. $Q = \dfrac{5}{2}\nu R\Delta T$. Пусть во втором эксперименте температуру водорода увеличили до T_1 и αN_0 его молекул диссоциировали на атомы. Теперь в сосуде находится $N = 2\alpha N_0 + (1-\alpha)N_0 = (1+\alpha)N_0$ структурных единиц: $2\alpha N_0$ атомов водорода и $(1-\alpha)N_0$ молекул водорода. Внутренняя энергия водорода в этих условиях $U_1 = \left(\dfrac{3}{2}\cdot 2\alpha\nu + \dfrac{5}{2}(1-\alpha)\nu\right)RT_1 = \dfrac{1}{2}(\alpha+5)\nu RT_1$. Для изохорного нагревания водорода на $\Delta T = 1$ К теперь потребуется количество теплоты $Q_1 = \dfrac{1}{2}\cdot(\alpha+5)\nu R\Delta T = \dfrac{1}{2}\alpha\nu R\Delta T + Q$. Из записанных равенств находим долю диссоциировавших молекул: $\alpha = \dfrac{5(Q_1 - Q)}{Q}$. При изобарном нагревании газ совершает работу $A = (1+\alpha)\nu R\Delta T = \dfrac{2Q}{5}(1+\alpha) = 2Q_1 - \dfrac{8}{5}Q$. Следовательно, $Q_2 = Q_1 + A = 3Q_1 - \dfrac{8}{5}Q$. **Ответ.** $Q_2 = 3Q_1 - \dfrac{8}{5}Q$.

Варьируемый параметр Q_1. Диапазон изменения от 10,5 до 11,5 Дж, шаг 0,1 Дж. Расчетная формула $Q_2 = 3\cdot Q_1 - 16$. Контрольный пример: при $Q_1 = 11$ Дж ответ $Q_2 = 17$ Дж.

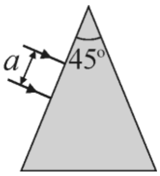
4. Параллельные металлические рельсы закреплены на неподвижном горизонтальном столе и замкнуты на резистор. На рельсах лежит металлический стержень, расположенный перпендикулярно к ним. К середине стержня привязана нить, перекинутая через блок и соединенная с грузом массой $M = 1$ кг (см. рисунок). Вся система находится в магнитном поле, вектор индукции которого направлен вертикально вверх. Когда груз отпустили, через некоторое время движение стержня установилось, т.е. стало равномерным. Чему равен модуль $v_{уст}$ скорости установившегося движения стержня, если в резисторе при этом выделяется мощность $N =$ Вт? Трением, а также сопротивлением стержня и рельс можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Ответ округлите до одного знака после запятой.



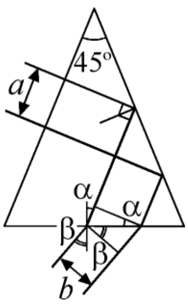
4. Решение. По второму закону Ньютона при установившемся движении стержня $T - F_A = 0$, где $T = Mg$ – натяжение нити, $F_A = IBl$ – сила Ампера, I – ток в контуре, l – расстояние между рельсами. По закону Ома $I = \frac{\mathsf{E}}{R}$, где E – ЭДС индукции. По закону электромагнитной индукции $\mathsf{E} = Bvl$. По закону Джоуля–Ленца $N = I^2R$. Из записанной системы уравнений находим, что $v = \frac{N}{Mg}$. **Ответ:** $v_{уст} = \frac{N}{Mg}$.

Варьируемый параметр N. Диапазон изменения от 5 до 15 Вт с шагом 1 Вт. Расчетная формула $v_{уст} = \frac{N}{10}$. *Контрольный пример: при N = 15 Вт ответ* $v_{уст} = 1{,}5$ *м/с.*

5. На левую грань равнобедренной стеклянной призмы падает по нормали к ней параллельный пучок света шириной $a = 1$ см (см. рисунок), причем после прохождения левой грани пучок целиком попадает на правую грань призмы. Найдите ширину b пучка, выходящего из призмы, если угол при вершине призмы равен 45°, а показатель преломления стекла $n =$. Ответ приведите в миллиметрах, округлив до одного знака после запятой.



5. Решение. Ход лучей, ограничивающих пучок, изображен на рисунке. Угол падения лучей на правую грань призмы равен 45°. Он превышает критический угол полного отражения $\alpha_{кр} = \arcsin\frac{1}{n}$ для всего диапазона заданных в условии значений n. (В частности, при $n = n_{\min} = 1{,}5$, $\alpha_{кр} \approx 41{,}8°$). Поэтому свет через правую грань в воздух не выходит. Рассмотрим преломление лучей на основании призмы. Из рисунка видно, что $\frac{a}{\cos\alpha} = \frac{b}{\cos\beta}$, где α – угол падения луча на границу «стекло – воздух», β – угол преломления на этой границе. Отсюда $b = a\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$. Нетрудно установить, что $\alpha = 22{,}5°$. Следовательно, $\cos\alpha = \sqrt{\frac{1+\cos 45°}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$. По закону преломления $\sin\beta = n\sin\alpha$.



Поэтому $\cos\beta = \sqrt{1 - n^2\sin^2\alpha} = \sqrt{1 - n^2\frac{1-\cos 45°}{2}} = \sqrt{1 - \frac{n^2}{4}\left(2-\sqrt{2}\right)}$.

Ответ: $b = 2\frac{\sqrt{1-n^2\left(2-\sqrt{2}\right)/4}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}a$.

Варьируемый параметр n. Диапазон изменения от 1,5 до 2,0 с шагом 0,05. Расчетная формула $b = 10{,}824\cdot\sqrt{1-0{,}1464\cdot n^2}$. *Контрольный пример: при* $n = 1{,}85$ *ответ* $b = 7{,}6$ *мм.*

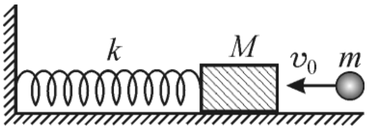
Второй тур

Тест. Двигаясь равноускоренно, автомобиль увеличил свою скорость от v_1 = 36 км/ч до v_2 = 54 км/ч за время τ = с. Какой путь S он прошел за это время? Ответ приведите в метрах, округлив до десятых.

Ответ: $S = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)\tau$.

Варьируемый параметр τ. Диапазон изменения от 5 до 10 с с шагом 0,5 с. Расчетная формула $S = 12{,}5 \cdot \tau$. Контрольный пример: при τ = 5 с ответ S = 62,5 м.

1. На гладком столе покоится брусок массой M = 20 г, прикрепленный пружиной жесткостью k = 50 Н/м к неподвижной стене. В брусок ударяется шарик массой m = 10 г, летящий со скоростью v_0 = м/с, направленной горизонтально вдоль оси пружины. Считая соударение шарика и бруска абсолютно упругим, найдите максимальное сжатие Δl пружины после удара. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до десятых.



1. Решение. Пусть после соударения шарик и брусок приобретают скорости u_1 и u_2 соответственно. По законам сохранения импульса и механической энергии имеем: $mv_0 = mu_1 + Mu_2$, $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{Mu_2^2}{2}$. Из этой системы находим $u_2 = \frac{2m}{m+M}v_0$. Из закона сохранения энергии при сжатии пружины следует, что $\frac{Mu_2^2}{2} = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$.

Ответ: $\Delta l = \frac{2v_0}{(1+M/m)}\sqrt{\frac{M}{k}}$.

Варьируемый параметр v_0. Диапазон изменения от 10 до 30 м/с с шагом 2 м/с. Расчетная формула A = 1,333·v_0. Контрольный пример: при v_0 = 30 м/с ответ A = 40,0 см.

2. Два небольших одинаковых шарика подвешены на легких нерастяжимых нитях длиной l = 0,5 м каждая. Расстояние между точками подвеса нитей L = м. Под шариками на расстоянии H = 0,5 м от них находится тяжелая горизонтальная плита. Нить левого шарика отклоняют от вертикального положения влево на некоторый угол и отпускают без толчка. В момент прохождения шариком положения равновесия нить обрывается, после чего шарик падает на плиту и отскакивает от неё. На какой угол α следует отклонить нить, чтобы левый шарик после абсолютно упругого соударения с плитой попал точно в правый шарик? Сопротивлением воздуха можно пренебречь. В качестве ответа приведите значение cos α, округлив его до двух знаков после запятой.

2. Решение. Для того чтобы шарики столкнулись, левый шарик после отскока от плиты должен снова подняться на высоту H. Это максимальная высота, на которую он может подняться в условиях сформулированной задачи. Следовательно, после отскока он должен двигаться по такой же параболе, по которой и падал. По закону сохранения энергии находим скорость шарика в момент обрыва нити $v = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$. Время падения шарика до плиты $\tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Время полёта до правого (неподвижного) шарика $t_0 = 2\tau$. Горизонтальная дальность полёта – это начальное расстояние между шариками $L = vt_0 = 4\sqrt{Hl(1-\cos\alpha)}$. Отсюда находим, что $\cos\alpha = 1 - \frac{L^2}{16Hl}$.

Ответ: $\cos\alpha = 1 - \frac{L^2}{16Hl}$.

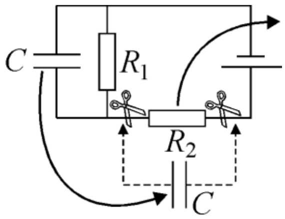
Варьируемый параметр L. Диапазон изменений от 0,8 до 1,8 м с шагом 0,1 м. Расчетная формула $\cos\alpha = 1 - 0{,}25 \cdot L^2$. *Контрольный пример: при L = 1,8 м ответ cosα = 0,19.*

3. В теплоизолированном достаточно длинном цилиндрическом сосуде, стоящем вертикально, на расстоянии $H = 10$ см от дна висит на нити поршень массой $m = 1$ кг. Под поршнем находится $\nu = 1$ моль одноатомного идеального газа. В начальный момент температура газа равна $T_0 = 300$ К, а его давление равно атмосферному давлению. Какое количество теплоты Q нужно медленно сообщить газу, чтобы поршень поднялся до высоты nH? Трением поршня о стенки цилиндра можно пренебречь. Универсальную газовую постоянную примите равной $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К), а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Ответ приведите в килоджоулях, округлив до одного знака после запятой.

3. Решение. Пусть p_0 − атмосферное давление, а S − площадь поршня. Уравнение состояния газа в начальный момент времени $p_0 HS = \nu RT_0$. После начала перемещения поршня сила натяжения нити на поршень действовать не будет. Поэтому уравнение конечного состояния газа $(p_0 + \frac{mg}{S})nHS = \nu RT$. Изменение внутренней энергии газа равно $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T - T_0)$. Из первого закона термодинамики следует, что $Q = \Delta U + A$, где $A = \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)(n-1)HS$ − работа газа по перемещению поршня. Решая совместно записанные уравнения, находим, что $Q = \left(\frac{5}{2}n - 1\right)mgH + \frac{5}{2}\nu(n-1)RT_0$. **Ответ:** $Q = \left(\frac{5}{2}n - 1\right)mgH + \frac{5}{2}\nu(n-1)RT_0$.

Варьируемый параметр n. Диапазон изменения от 2 до 10 с шагом 1. Расчетная формула Q = 6,2275n – 6,226. Контрольный пример: при n = 2 ответ Q = 6,2 кДж.

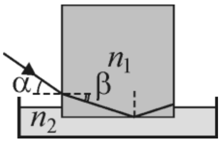
4. В цепи, схема которой представлена на рисунке, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 =$ Ом, а внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало. Первоначально конденсатор C был достаточно долго подключен параллельно резистору R_1. Затем этот конденсатор отсоединили от резистора R_1, удалили резистор R_2 и включили конденсатор в образовавшийся разрыв цепи Во сколько раз k изменилась спустя достаточно большое время после этого энергия электрического поля конденсатора? Ответ округлите до целых.



4. Решение. При исходном подключении конденсатора сила протекающего в цепи тока равна $I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}$, а напряжение на конденсаторе $U = \frac{\mathcal{E} R_1}{R_1 + R_2}$. Энергия заряженного конденсатора равна $W_1 = \frac{CU^2}{2} = \frac{C}{2}\left(\frac{\mathcal{E} R_1}{R_1 + R_2}\right)^2$. Если конденсатор включить вместо резистора R_2, то его энергия станет равной $W_2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$. Отсюда получаем отношение энергий $k = \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1^2}$. **Ответ:** $k = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2$.

Варьируемый параметр R_2. Диапазон изменения от 5 до 50 Ом с шагом 5 Ом. Расчетная формула $k = (1 + 0{,}2 \cdot R_2)^2$. *Контрольный пример: при R_2 = 5 Ом ответ k = 4.*

5. Нижняя грань куба, изготовленного из стекла с показателем преломления $n_1 = 1{,}8$, расположена горизонтально и немного погружена в жидкость с показателем преломления $n_2 =$. На боковую грань куба в точке, находящейся в воздухе вблизи поверхности жидкости, под углом α падает световой луч, лежащий в вертикальной плоскости, перпендикулярной этой грани. При этом преломленный луч попадает на нижнюю грань кубика. Определите максимальное значение угла α, при котором преломлённый луч испытает полное внутреннее отражение от границы раздела «стекло–жидкость». Ответ выразите в градусах, округлив до целых.



5. Решение. По закону преломления $\sin\alpha = n_1 \sin\beta$. Явление полного внутреннего отражения будет иметь место, если $n_1 \cos\beta = n_2$. Следовательно, $\sin\alpha = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$. **Ответ:** $\alpha = \arcsin\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

Варьируемый параметр n_2. *Диапазон изменения от 1,5 до 1,6 с шагом 0,01. Расчётная формула:* $\alpha = \arcsin\sqrt{3{,}24 - n_2^2}$. *Контрольный пример: при* $n_2 = 1{,}55$ *ответ 66º.*